Sebastian Piotrowski*

Model CAPM z ryzykiem płynności na polskim rynku kapitałowym

Słowa kluczowe: teoria portfela, model CAPM, ryzyko rynkowe, ryzyko płynności

Keywords: portfolio theory, model CAPM, market risk, liquidity risk

Wprowadzenie

Badając model równowagi rynku kapitałowego, należy zacząć od modelu jednowskźnikowego, którego twórcą jest W. Sharpe. Model powstał w wyniku uproszczenia teorii portfela Markowitza. Równanie rynku kapitałowego modelu Sharpe'a zapisujemy w postaci:

$$r_i = \alpha + \beta \cdot r_M + \varepsilon,$$

gdzie: r_i oznacza stopę zwrotu dowolnej spółki, jak również stopę zwrotu dowolnego portfela; r_M oznacza stopę zwrotu portfela rynkowego; α, β są parametrami modelu oraz ε jest składnikiem losowym. Jeśli równanie modelu jednowskźnikowego będziemy analizować w formie regresji liniowej, to stosując metodę najmniejszych kwadratów, otrzymamy wzór na współczynnik beta postaci:

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(r_i, r_M)}{\text{var}(r_M)} \quad (1)$$

gdzie:

$\text{cov}(r_i, r_M)$ – kowariancja stóp zwrotu akcji i -tej spółki i stóp zwrotu portfela rynkowego,
 $\text{var}(r_M)$ – wariancja stóp zwrotu portfela rynkowego.

* Magister Sebastian Piotrowski jest doktorantem (Katedra Ekonomii Matematycznej) Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu. E-mail: seba.piotr.g@gmail.com.

Model równowagi rynku kapitałowego (CAPM) został zaproponowany przez W. Sharpe'a, J. Mosina i J. Lintnera w odrębnych pracach. Standardowy model CAPM został zbudowany na podstawie następujących założeń¹:

- a) koszty transakcyjne są pomijane;
- b) aktywa są nieskończenie podzielne;
- c) pomijane są podatki od dochodów osobistych;
- d) panuje konkurencja doskonała, to znaczy decyzje indywidualnych inwestorów nie mają wpływu na kurs akcji;
- e) inwestorzy kierują się jedynie dwiema kryteriami: wartością oczekiwaną oraz odchyleniem standardowym stopy zwrotu portfela;
- f) dozwolona jest nieograniczona krótka sprzedaż;
- g) istnieje możliwość zaciągania i udzielania pożyczek przy stopie wolnej od ryzyka;
- h) inwestorzy podejmują decyzje, dysponując tymi samymi danymi na temat oczekiwanej stopy zwrotu, wariancji oraz macierzy wariancji-kowariancji.

Standardowy model CAPM wyrażamy za pomocą następującego równania:

$$\bar{r}_i = r_f + \beta_i(\bar{r}_M - r_f) \quad (2)$$

gdzie:

$\bar{r}_i$, $\bar{r}_M$ oznaczają odpowiednio wartość oczekiwaną stóp zwrotu akcji i (lub portfela i) oraz wartość oczekiwaną rynkowych stóp zwrotu (portfela rynkowego), a r_f to stopa wolna od ryzyka.

Równanie (1.2) nazywamy linią rynku papierów wartościowych. W powyższym modelu współczynnik β_i dany wzorem (1) określa ryzyko dowolnego papieru wartościowego lub portfela. Oczekiwana stopa zwrotu dowolnego portfela akcji jest równa sumie stopy wolnej od ryzyka oraz iloczynu rynkowej ceny ryzyka i wielkości ryzyka charakteryzującego dany portfel.

Model CAPM z ryzykiem płynności

Zakładamy, że mamy danych I różnych akcji o całkowitej ilości S^i , gdzie $i = 1, 2, \dots, I$. W chwili t akcja i wypłaca dywidendę D_t^i , cena akcji jest równa P_t^i i posiada koszty płynności C_t^i , gdzie P_t^i oraz C_t^i są zmiennymi losowymi określonymi na przestrzeni probabilistycznej (Ω, F, P) . Koszty płynności definiujemy jako koszty sprzedaży akcji i . Przyjmujemy, że jeżeli inwestor kupił wybraną akcję i po cenie P_t^i , to ponosząc koszty transakcji lub prowizji maklerskich, musi ją sprzedać po cenie $P_{t+1}^i - C_{t+1}^i$. Niepewność

¹ Zob. E.J. Elton, M.J. Gruber, *Nowoczesna teoria portfelowa i analiza papierów wartościowych*, WIG-Press, Warszawa 1998.

kosztów płynności jest generowana przez ryzyko płynności. Interesuje nas, jak zmienia się stopa zwrotu z akcji

$$r_t^i = \frac{D_t^i + P_t^i}{P_{t-1}^i}$$

w zależności od kosztów płynności

$$c_t^i = \frac{C_t^i}{P_{t-1}^i},$$

stopy zwrotu portfela rynkowego

$$r_t^M = \frac{\sum_{i=1, \dots, I} S^i (D_t^i + P_t^i)}{\sum_{i=1, \dots, I} S^i P_{t-1}^i}$$

oraz kosztów rynkowej płynności

$$c_t^M = \frac{\sum_{i=1, \dots, I} S^i C_t^i}{\sum_{i=1, \dots, I} S^i P_{t-1}^i}.$$

W modelu CAPM z ryzykiem płynności² wartość oczekiwana stopy zwrotu z akcji wzrasta wraz z wartością oczekiwaną kosztów płynności oraz wartością oczekiwaną rynkowej stopy zwrotu pomniejszonej o rynkowe koszty płynności i pomnożonej przez współczynnik kierunkowy beta. Po uwzględnieniu stopy wolnej od ryzyka wartość oczekiwaną stopy zwrotu z akcji i pomniejszonej o koszty płynności możemy zapisać w postaci:

$$E(r_t^i - c_t^i) = r^f + \lambda_t \frac{\text{cov}(r_t^i - c_t^i, r_t^M - c_t^M)}{\text{var}(r_t^M - c_t^M)} \quad (3)$$

gdzie $\lambda_t = E(r_t^M - c_t^M - r^f)$ jest premią za skumulowane ryzyko rynkowe i płynności.

² Zob. V.V. Acharya, L.H. Pedersen, *Asset Pricing with Liquidity Risk*, „Journal of Financial Economics” 2005, vol. 77.

Korzystając ze wzoru na kowariancję, równanie (3) zapisujemy w postaci

$$E(r_t^i) = r^f + E(c_t^i) + \lambda_t \frac{\text{cov}(r_t^i, r_t^M)}{\text{var}(r_t^M - c_t^M)} + \lambda_t \frac{\text{cov}(c_t^i, c_t^M)}{\text{var}(r_t^M - c_t^M)} - \\ - \lambda_t \frac{\text{cov}(r_t^i, c_t^M)}{\text{var}(r_t^M - c_t^M)} - \lambda_t \frac{\text{cov}(c_t^i, r_t^M)}{\text{var}(r_t^M - c_t^M)}.$$

Zapis powyższego równania upraszczamy do postaci:

$$E(r_t^i) = r^f + E(c_t^i) + \lambda_t \beta^{1i} + \lambda_t \beta^{2i} - \lambda_t \beta^{3i} - \lambda_t \beta^{4i} \quad (4)$$

gdzie:

$$\beta^{1i} = \text{cov}(r_t^i, r_t^M) / \text{var}(r_t^M - c_t^M),$$

$$\beta^{2i} = \text{cov}(c_t^i, c_t^M) / \text{var}(r_t^M - c_t^M),$$

$$\beta^{3i} = \text{cov}(r_t^i, c_t^M) / \text{var}(r_t^M - c_t^M),$$

$$\beta^{4i} = \text{cov}(c_t^i, r_t^M) / \text{var}(r_t^M - c_t^M).$$

Wartość oczekiwana stopy zwrotu akcji i jest równa wymaganej stopie wolnej od ryzyka r^f , wartości oczekiwanej kosztów płynności oraz czterech składników charakteryzujących ryzyko rynkowe i ryzyko płynności. Standardowy model CAPM uwzględnia współczynnik beta, który zależy od kowariancji stóp zwrotu akcji i oraz stóp zwrotu z portfela rynkowego. Model CAPM z ryzykiem płynności jest rozbudowany o dodatkowe trzy współczynniki beta odpowiadające różnym formom ryzyka płynności. Wyróżniamy następujące trzy rodzaje ryzyka płynności:

- β^{2i} – ryzyko płynności akcji i (lub portfela) jako iloraz kowariancji kosztów płynności akcji i oraz rynkowych kosztów płynności i wariancji rynkowych stóp zwrotu netto $r_t^M - c_t^M$,
- β^{3i} – ryzyko płynności akcji i jako iloraz kowariancji stóp zwrotu akcji i oraz rynkowych kosztów płynności i wariancji rynkowych stóp zwrotu netto,
- β^{4i} – ryzyko płynności akcji i jako iloraz kowariancji kosztów płynności akcji i oraz rynkowych stóp zwrotu i wariancji rynkowych stóp zwrotu netto.

Ryzyko płynności β^{2i} zwiększa wartość oczekiwaną stóp zwrotu z akcji i , jeżeli koszty płynności zmieniają się w tym samym kierunku co koszty rynkowej płynności, i zmniejsza oczekiwaną wartość stóp zwrotu, gdy korelacja jest ujemna. Ryzyko płynności β^{3i} zwiększa wartość oczekiwaną stóp zwrotu z akcji i , jeżeli stopy zwrotu r_t^i zmieniają się w przeciwnym kierunku co koszty rynkowej płynności c_t^M , i zmniejsza

oczekiwaną wartość stóp zwrotu akcji i , gdy korelacja jest dodatnia. Ryzyko płynności β^{4i} zwiększa wartość oczekiwaną stóp zwrotu z akcji i , jeżeli koszty płynności c_t^i zmieniają się w przeciwnym kierunku co rynkowej stopy zwrotu r_t^M , i zmniejsza oczekiwaną wartość stóp zwrotu z akcji i , gdy korelacja jest dodatnia.

Dane empiryczne

Model CAPM z ryzykiem płynności został przetestowany na stopach zwrotu 294 spółek notowanych na GPW w Warszawie. Obliczenia zostały przeprowadzone według następującej procedury:

- dla każdego miesiąca t obliczamy koszty płynności c_t^i dla każdej akcji i ;
- formujemy portfel rynkowy oraz zbiór portfeli testowych zróżnicowanych ze względu na średnie roczne koszty płynności;
- dla każdego miesiąca t i każdego portfela p obliczamy stopy zwrotu r_t^p oraz koszty płynności c_t^p ;
- dla każdego portfela p obliczamy współczynniki kierunkowe beta.

Koszty płynności są zmiennymi, które jest ciężko obserwować, istnieje jednak kilka metod przybliżania kosztów płynności. Jedną z metod szacowania kosztów płynności jest różnica między ceną sprzedaży a ceną kupna. W celu ich obliczenia stosujemy zmodyfikowaną metodę zaproponowaną w pracy Y. Amihuda³, która polega na estymacji płynności akcji i w miesiącu t w postaci:

$$LIQ_t^i = \frac{v}{V_{t-1}^i} \sum_{d=1}^{Days_t^i} \frac{|R_{td}^i|}{V_{td}^i},$$

gdzie:

- v – średnia kapitalizacji rynkowej badanych spółek,
- V_{t-1}^i – skumulowany wolumen akcji spółki i w miesiącu $t-1$,
- R_{td}^i – dzienna stopa zwrotu akcji i w miesiącu t na dzień d ,
- V_{td}^i – wolumen wyrażony w walucie polskiej akcji i w miesiącu t na dzień d ,
- $Days_t^i$ – liczba dni, w których przeprowadzono obserwacje w miesiącu t dla akcji spółki i .

Koszty płynności ograniczamy przez funkcję postaci

$$c_t^i = \min(0, \beta + 0, \theta \cdot LIQ_t^i; 0, 0),$$

gdzie współczynniki są dobrane w celu filtracji obserwacji ekstremalnych.

³ Y. Amihud, *Illiquidity and Stock Returns: Cross-Section and Time-Series Effects*, „Journal of Financial Markets” 2002.

Portfel rynkowy i portfele testowe zostały zdefiniowane następująco:

- w badaniach analizowane są dzienne stopy zwrotów i wolumen akcji notowanych na GPW w Warszawie w latach 2000–2014 – baza danych Thomson Reuters;
- portfel rynkowy składa się ze spółek notowanych w danym roku na GPW w Warszawie – w 2000 roku portfel rynkowy składał się z akcji 90 spółek, natomiast w 2014 roku liczba spółek w portfelu rynkowym wzrosła do 294;
- średnie roczne koszty płynności są wyliczane dla każdej badanej akcji na podstawie miesięcznych kosztów płynności, a następnie akcje są przydzielane do portfeli testowych w zależności od ich średnich rocznych kosztów płynności (tabela 1):

Tabela 1. Portfele testowe

Portfel	Koszty płynności	Portfel	Koszty płynności
$P1$	$c_t^1 \in [0,3 ; 0,9)$	$P8$	$c_t^8 \in [4;5)$
$P2$	$c_t^2 \in [0,9 ; 0,9)$	$P9$	$c_t^9 \in [5;8)$
$P3$	$c_t^3 \in [0,9 ; 0,9)$	$P0$	$c_t^0 \in [8;1)$
$P4$	$c_t^4 \in [0,9 ; 0,3)$	$P1$	$c_t^1 \in [1 ;6)$
$P5$	$c_t^5 \in [0,3 ; 1)$	$P2$	$c_t^2 \in [6 ;9)$
$P6$	$c_t^6 \in [1;2)$	$P3$	$c_t^3 \in [9 ;3)$
$P7$	$c_t^7 \in [2;4)$	$P4$	$c_t^4 \in [3 ;9]$

Źródło: opracowanie własne.

- dla każdego portfela p obliczamy stopy zwrotu postaci

$$r_t^p = \sum_{i \in p} w_t^p r_t^i ,$$

gdzie w_t^p jest wagą akcji i w portfelu p na podstawie kapitalizacji spółki i , portfela p ;

b) koszty płynności portfela p obliczamy zgodnie ze wzorem

$$c_t^p = \sum_{i \in p} w_t^p c_t^i.$$

W tabeli 2 zaprezentowano portfel testowy P7, którego skład ulega zmianie w każdym roku.

Tabela 2. Portfel testowy P7, dla którego koszty płynności wynoszą 2–4% w okresie 2001–2014 (tabela prezentuje skróty odpowiednich spółek notowanych na GPW w Warszawie)

Rok	Skład portfela – P7
2001	ELB, TIM, LTX, MIT, ALC
2002	FCL, EMF, AMC, APT
2003	BLI, LBW, KSW, EMF, TIM
2004	WIS, COG, STP, ELZ, SKT, BTM, PND
2005	GRL, SNK, IPL, PGD, PJP, LEN, WIS, ELB, EMC, ZKA, PEP, WAS, ALM, SKT, PND
2006	SUW, SNK, CAR, BLI, CMP, EMP, HDR
2007	RAF, KOM, MCR, ENI, FCL, KSW, SUW, SNK
2008	DBC, RDN, GCN, STP, EMP, QMK, INK
2009	EMP, CRM, MCR, SNK, DBC, FON, TIM, PEK, FCL, WIS, GRJ, RBW, STP, MWT, ENI
2010	ELZ, WLT, RLP, RWL, RPC, ACT, KSW, NEU, ERB, MCR, EMC, POZ, CAR, LEN
2011	STP, DOM, RLP, KRI, URS, GRI, IPE, ALM, LPP, SNK, INK, ATR, IZS, WLT, PTI, RDL, WIK, FTE, LEN, KOM
2012	MSW, ZMT, KOM, ACT, CMR, OBL, FER, PEP, RLP, LEN, HTM, LPP, BZW, PLX, KTY, ITG, CCE, WSE
2013	VIN, ROB, ATR, KPL, RDL, PHN, PLX, AMB, KSW, IZS, UNI, GLC, ENE, CNG
2014	MWT, CMP, MDG, VIN, KPL, DOM, RWL, SNT, DBC, OPN, KRC, GLC, SOL, RDL, BFT, PAT, SMT

Źródło: opracowanie własne.

Estymacja modelu CAPM z ryzykiem płynności

Model CAPM z ryzykiem płynności (4) zapisujemy w postaci regresji liniowej

$$r_t^i - r^f = \lambda^0 c_t^i + \lambda^1 \beta_t^{1i} + \lambda^2 \beta_t^{2i} - \lambda^3 \beta_t^{3i} - \lambda^4 \beta_t^{4i} + \varepsilon_t \quad (5)$$

gdzie:

$$\beta_t^{1i} = \frac{\sum_{\tau=1}^t [(r_{\tau}^i - \bar{r}_t^i)(r_{\tau}^M - \bar{r}_t^M)]}{\sum_{\tau=1}^t ((r_{\tau}^M - c_{\tau}^M) - (\bar{r}_t^M - \bar{c}_t^M))^2},$$

$$\beta_t^{2i} = \frac{\sum_{\tau=1}^t [(c_{\tau}^i - \bar{c}_t^i)(c_{\tau}^M - \bar{c}_t^M)]}{\sum_{\tau=1}^t ((r_{\tau}^M - c_{\tau}^M) - (\bar{r}_t^M - \bar{c}_t^M))^2},$$

$$\beta_t^{3i} = \sum_{\tau=1}^t [(r_{\tau}^i - \bar{r}_t^i)(c_{\tau}^M - \bar{c}_t^M)] / \sum_{\tau=1}^t ((r_{\tau}^M - c_{\tau}^M) - (\bar{r}_t^M - \bar{c}_t^M))^2,$$

$$\beta_t^{4i} = \sum_{\tau=1}^t [(c_{\tau}^i - \bar{c}_t^i)(r_{\tau}^M - \bar{r}_t^M)] / \sum_{\tau=1}^t ((r_{\tau}^M - c_{\tau}^M) - (\bar{r}_t^M - \bar{c}_t^M))^2.$$

Zmienne $\bar{r}_t^i$, $\bar{c}_t^i$ oznaczają odpowiednio średnie arytmetyczne. Parametry powyższego modelu λ^i , $i = 0, \dots, 4$ estymujemy za pomocą uogólnionej metody momentów GMM. Tabela 3 prezentuje wyniki estymacji równania regresji liniowej (5). Analizując wyniki, stwierdzamy, że wartość bezwzględna statystyki t -Studenta dla wszystkich współczynników jest poniżej wartości krytycznej 1,96 na poziomie istotności 0,05. Nie ma więc podstaw do odrzucenia hipotez zerowych weryfikujących nieistotność oszacowanych parametrów dla danego poziomu. W teście Sargana statystyka testowa chi-kwadrat jest poniżej wartości krytycznej, która dla 96 stopni swobody i poziomu istotności 0,05 wynosi 119,87. To oznacza, że estymatory parametrów modelu są poprawnie wyliczone ze względu na dopasowanie modelu do danych empirycznych. Wynika to z dobrego doboru zmiennych objaśniających.

Tabela 3. Estymacja modelu CAPM z ryzykiem płynności dla równania (5). Estymacja współczynników λ^j dla $j = 0, \dots, 4$. Liczba obserwacji wynosi 3650 – uogólniona metoda momentów GMM

Współczynniki	Estymatory	Błąd standardowy	t -Studenta	wartość – p
Wyraz wolny	0,052528	0,054968	0,9556	0,3393
λ^0	-1,102526	0,688918	-1,6004	0,1095
λ^1	2,935482	10,785375	0,2722	0,7855
λ^2	-10,649074	9,537212	-1,1166	0,2642
λ^3	1,175135	1,993698	0,5894	0,5556
λ^4	19,3595412	14,261536	1,3575	0,1746
Dodatkowe testy				
	Statystyki testowe		wartość – p	
Test Sargana	Chi-kwadrat(96): 89,25		8,5082e-08	
Test autokorelacji I rzędu	Normalny: -6,65		2,88587e-11	
Test autokorelacji II rzędu	Normalny: -1,23		0,21776	
Test Walda	Chi-kwadrat(6): 53,24		1,0489e-09	

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki testu na autokorelację I rzędu wskazują na odrzucenie hipotezy zerowej o braku autokorelacji na podstawie statystyki testowej, jak i wartości p , która jest mniejsza od poziomu istotności. Nie ma jednak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej w teście na autokorelację wyższego rzędu. Wyniki otrzymane w teście Walda wskazują na odrzucenie hipotezy zerowej na korzyść hipotezy alternatywnej. Wartość krytyczna chi-kwadrat dla 6 stopni swobody i na 5-procentowym poziomie istotności wynosi 12,59. Zmienne objaśniające modelu regresji liniowej (5) są więc istotne. Rysunek 1 prezentuje wartości prognozowane dla równanie regresji liniowej (5) oraz empiryczne stopy zwrotu.

Rysunek 1. Estymacja wartości oczekiwanych stóp zwrotu portfeli zróżnicowanych kosztami płynności – model regresji liniowej (5)

Źródło: opracowanie własne

Wyniki badań

Głównym celem badań jest weryfikacja modelu CAPM z ryzykiem płynności pod względem poprawności szacowania wartości oczekiwanej stóp zwrotu portfeli zróżnicowanych kosztami płynności. Rysunek 2 prezentuje wartości oczekiwane stóp zwrotu oraz zrealizowane stopy zwrotu poszczególnych portfeli w 2014 roku. Dodatkowo zostały wyznaczone oczekiwane stopy zwrotu dla standardowego modelu CAPM. Jak łatwo zauwa-

żyć, wartości oczekiwane stóp zwrotu badanych portfeli z kosztami płynności powyżej 8% znacząco odbiegają od zrealizowanych stóp zwrotu. Pomimo że wyniki estymacji regresji (5) są statystycznie dobre, to i tak dla portfeli z wyższymi kosztami płynności model CAPM z ryzykiem płynności zdecydowanie gorzej aproksymuje wartości oczekiwane stóp zwrotu niż standardowy model CAPM. Ponadto, standardowy model CAPM w porównaniu z modelem (5) przewartościowuje wszystkie wartości oczekiwanych stóp zwrotu portfeli. Dla portfeli z kosztami płynności nieprzekraczającymi 8% model CAPM z ryzykiem płynności jest lepszy.

Rysunek 2. Wykres oczekiwanych stóp zwrotu i zrealizowanych stóp zwrotu portfeli zróżnicowanych kosztami płynności

Źródło: opracowanie własne.

Aby lepiej zobrazować skuteczność modelu CAPM z ryzykiem płynności, wyznaczono wykresy aproksymacji wartości oczekiwanych stóp zwrotu wybranych portfeli testowych. Na rysunku 3 zostały zaprezentowane oczekiwane stopy zwrotu portfela P1 oszacowane zgodnie z modelem CAPM z ryzykiem płynności, jednak zamiast estymatorów parametrów λ^j dla $j = 1, \dots, 4$, regresji liniowej (5) zastosowano wartości zrealizowane netto rynkowych stóp zwrotu – wzór (3). Jak widać na rysunku, stopy

zwrotu portfela z kosztami płynności na poziomie 0,25–0,30%, czyli z małym ryzykiem płynności, są oszacowane na podobnym poziomie co zrealizowane stopy zwrotu. Podobnie zostały wyznaczone oczekiwane stopy zwrotu portfela P3 z kosztami płynności na poziomie między 0,40 a 0,50%. Koszty płynności są w porównaniu do innych portfeli na niższym poziomie. Łatwo jednak zauważyć, że dla danego ryzyka płynności model obniża wartość oczekiwaną stóp zwrotu badanego portfela i różnice między zrealizowanymi stopami zwrotu a wartościami prognozowanymi zwiększają się istotnie (rysunek 4).

Rysunek 3. Wartości oczekiwane stóp zwrotu oraz zrealizowane stopy zwrotu dla portfela P1

Źródło: opracowanie własne.

Wraz ze zwiększającymi się kosztami płynności odchylenie aproksymowanych wartości oczekiwanych stóp zwrotu od zrealizowanych stóp zwrotu poszczególnych portfeli zwiększa się proporcjonalnie do kosztów płynności. Widać to dokładnie na rysunku 2. Wartości oczekiwane stóp zwrotu portfela P7 z kosztami płynności kształtującymi się na poziomie między 2 a 4% zostały zaprezentowane na rysunku 5, gdzie modelowe stopy zwrotu znacząco odbiegają od zrealizowanych stóp zwrotu.

Rysunek 4. Wartości oczekiwane stóp zwrotu oraz zrealizowane stopy zwrotu dla portfela P3

Źródło: opracowanie własne.

Wnioski, jakie nasuwają się z przeprowadzonych badań, są jednoznaczne. Uwzględnienie ryzyka płynności w modelu wyceny rynku kapitałowego zwiększa dokładność aproksymacji wartości oczekiwanych stóp zwrotu dla portfeli o niskich kosztach płynności. Wysokie ryzyko płynności, to znaczy duży koszt płynności (koszt sprzedaży) badanych portfeli, nie ma odzwierciedlenia w zrealizowanych stopach zwrotu. To oznacza, że oczekiwania inwestorów wobec niższych stóp zwrotu z akcji, których koszty płynności są wysokie, nie mają potwierdzenia w zarejestrowanych na giełdzie transakcjach. Zatem tak zdefiniowany model CAPM z ryzykiem płynności nie może być stosowany dla portfeli z wysokimi kosztami płynności. Rozwiązaniem powyższego problemu może być ograniczanie kosztów płynności lub przyjęcie pewnych założeń o ich postaci stochastycznej.

Rysunek 5. Wartości oczekiwane stóp zwrotu oraz zrealizowane stopy zwrotu dla portfela P7

Źródło: opracowanie własne.

Podsumowanie

Zaprezentowane badania dotyczą modelu CAPM z ryzykiem płynności na polskim rynku kapitałowym. W celu weryfikacji hipotezy o wpływie ryzyka płynności na wycenę akcji zdefiniowano 14 portfeli zróżnicowanych ze względu na koszty płynności. Poszczególne koszty płynności zostały wyliczone na podstawie relacji dziennych stóp zwrotu oraz wolumenu akcji. Przeprowadzono estymację parametrów modelu na danych przekrojowych stóp zwrotu portfeli testowych. Współczynniki kierunkowe beta zostały oszacowane na podstawie modelu Sharpe'a. Ponadto, zdefiniowano trzy różne formy ryzyka płynności, które mogą być analizowane osobno lub jako jedno skumulowane ryzyko płynności. W estymacji parametrów modelu CAPM z ryzykiem płynności zastosowano uogólnioną metodę momentów. Wyniki estymacji potwierdziły istotność wszystkich zmiennych objaśniających badanego modelu. W badaniach porównano modelowe wartości stóp zwrotu ze zrealizowanymi stopami zwrotu poszczególnych portfeli. Dodatkowo zweryfikowano wpływ ryzyka płynności (kosztów płynności) na dokładność szacowania wartości oczekiwanych stóp zwrotu. Pokazano, że odchylenie wartości oczekiwanych

stóp zwrotu od zrealizowanych stóp zwrotu zwiększa się wraz z kosztami płynności poszczególnych portfeli. Mimo wszystko model CAPM z ryzykiem płynności został w pewnym stopniu zweryfikowany pozytywnie. Należałoby się zastanowić nad lepszymi metodami szacowania kosztów płynności aktywów na rynku kapitałowym i ich implementacji w modelu wyceny dóbr kapitałowych. Idąc krok dalej, badania powinny być prowadzone dla modeli bardziej odzwierciedlających rzeczywistość, to znaczy uwzględniających jakość i ilość dostępnych informacji czy też preferencje inwestorów wobec ryzyka.

Literatura

- Acharya V.V., Pedersen L.H., *Asset Pricing with Liquidity Risk*, „Journal of Financial Economics” 2005, vol. 77.
- Amihud Y., *Illiquidity and Stock Returns: Cross-Section and Time-Series Effects*, „Journal of Financial Markets” 2002.
- Amihud Y., Mendelson H., *Asset Pricing and the Bid-Ask Spread*, „Journal of Financial Economics” 1986, vol. 17.
- Elton E.J., Gruber M.J., *Nowoczesna teoria portfelowa i analiza papierów wartościowych*, WIG-Press, Warszawa 1998.
- Jajuga K., Jajuga T., *Inwestycje. Instrumenty finansowe. Ryzyko finansowe. Inżynieria finansowa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.

Streszczenie

W artykule przedstawiono model równowagi rynku kapitałowego z ryzykiem płynności. Wyszczególniono ryzyko rynkowe oraz ryzyko płynności akcji w modelu wyceny dóbr kapitałowych w celu ich identyfikacji i oceny istotności. Wpływ ryzyka płynności na wycenę aktywów na polskim rynku kapitałowym został zweryfikowany na podstawie stóp zwrotu i wolumenu akcji spółek notowanych na GPW w Warszawie w okresie od 2000 do 2014 roku. Dokonano estymacji parametrów modelu CAMP z ryzykiem płynności uogólnioną metodą momentów GMM. W badaniach sprawdzono dokładność modelowania oczekiwanych stóp zwrotu akcji. Zaprezentowano wyniki aproksymacji wartości oczekiwanych stóp zwrotu portfeli zróżnicowanych kosztami płynności. Podano warunki, w jakich ryzyko płynności poprawia dokładność wyceny aktywów na rynku kapitałowym.

The CAPM model with liquidity risk in the Polish capital market

The article presents the capital asset pricing model with liquidity risk. Market risk and liquidity risk in the pricing model of capital goods were listed for the purpose of identification and assessment of significance. The impact of liquidity risk on the valuation of the assets has been verified on the basis of rates of return and volume of shares of companies listed on the Warsaw Stock Exchange in the period from 2000 to 2014. In the estimation of the parameters of the CAPM model with liquidity risk has been applied generalized method of moments GMM. The study examined the accuracy of modeling the expected returns of equity portfolios. The article presents the results of approximation of the expected returns of portfolios diversified liquidity costs and the conditions under which liquidity risk improves the accuracy of the valuation of assets in the capital market.

Translated by Sebastian Piotrowski