

Relacje między systematycznymi miarami ryzyka inwestycji kapitałowych w podejściu klasycznym i dolnostronnym

Lesław Markowski*

Streszczenie: *Cel* – Celem niniejszej pracy było przedstawienie relacji między klasycznymi i dolnostronnymi współczynnikami beta w kontekście przyjęcia procesu generującego dane.

Metoda badania – Analizy teoretyczne stanowiły podstawę do określenia związku między współczynnikami beta w podejściu klasycznym i dolnostronnym. Badania empiryczne oparto na analizie regresji i korelacji szeregów czasowych miesięcznych stóp zwrotu subindeksów sektorowych GPW w Warszawie.

Wynik – Wyniki badań empirycznych wskazują, że relacje klasycznych i dolnostronnych systematycznych miar ryzyka zależą od podstawowych parametrów rozkładu stóp zwrotu indeksu będącego aproksymantą portfela rynkowego. Wykazano istotne statystycznie korelacje między odchyleniem standardowym, asymetrią i kurtozą portfela rynkowego a miarami wyrażającymi zależność badanych współczynników beta.

Oryginalność/Wartość – Przedstawione argumenty mogą być wskazówką przy wyborze systematycznych miar ryzyka i ocenie rzeczywistych współczynników beta. Wybór ten determinowany jest procesem generującym dane, co może wpływać na rozbieżności w wynikach testów modelu CAPM.

Słowa kluczowe: CAPM beta, bety dolnostronne, proces generujący dane

Wprowadzenie

Zgodnie z założeniami modelu CAPM miarą ryzyka inwestycji jest wariancja, która traktuje jednakowo dodatnie i ujemne stopy zwrotu. Intuicyjnie jednak ryzyko inwestycji postrzegane jest jako odchylenia w dół od założonej stopy zwrotu (stopa wolna od ryzyka lub zero). Ponadto rozkłady stóp zwrotu zazwyczaj obciążone są niesymetrycznością i tzw. grubymi ogonami. Takie spojrzenie na ryzyko pozwala rozwijać koncepcję ryzyka dolnostronnego, którego głównymi miarami są m.in. semiwariancja czy dolnostronne współczynniki beta (*downside beta*), będące pochodną dolnych momentów cząstkowych (*lower partial moments* – *lpm*). Znaczenie asymetrii rozkładów stóp zwrotu w kontekście ryzyka inwestycji, przy użyciu *lpm*, rozwinęli Bawa i Lindenberg (1977) oraz Hogan i Warren (1974). Dolnostronne współczynniki beta są podstawową miarą ryzyka w tzw. modelu D-CAPM, który jest alternatywą dla klasycznego modelu wyceny CAPM. Relacje między dwoma modelami,

* dr Lesław Markowski, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie, Wydział Nauk Ekonomicznych, Katedra Metod Ilościowych, e-mail: leszekm@uwm.edu.pl

a tym samym dwiema miarami ryzyka, mogą zależeć od tego, czy dwuwymiarowe rozkłady między stopami zwrotu walorów i portfela rynkowego są normalne, czy znacznie od niego odbiegają (Nantell, Price, 1979; Price, Price, Nantell, 1982). Porównania wyceny aktywów za pomocą klasycznych i dolnostronnych współczynników beta dokonywano na wielu rozwiniętych i rozwijających się rynkach kapitałowych. Badania przy użyciu szeregów indywidualnych stóp zwrotu na europejskich oraz azjatyckich giełdach pokazały, że ryzyko dolnostronne wyjaśnia poziom stóp zwrotu u większej części walorów niż klasyczne miary ryzyka (Pedersen, Hwang, 2007; Artavanis, Diacogiannis, Mylonakis, 2010; Alles, Murray, 2013; Markowski, 2013).

Celem niniejszej pracy będzie przedstawienie relacji między klasycznymi i dolnostronnymi współczynnikami beta w kontekście przyjęcia procesu generującego dane. Testując model CAPM, można przyjąć założenie, że stopy zwrotu generowane są w procesie średnia-wariancja lub alternatywnie średnia-semiwariancja, czyli w aspekcie ryzyka dolnostronnego. W pracy dokonano teoretycznej i empirycznej analizy zależności między klasycznymi a dolnostronnymi współczynnikami beta, biorąc pod uwagę dwa różne procesy. Potencjalne różnice w oszacowaniach tych współczynników mogą przyczynić się do wyjaśnienia rozbieżności w wynikach testów modelu CAPM.

1. Systematyczne miary ryzyka

Koncepcje systematycznych miar ryzyka w kontekście ryzyka dolnostronnego w tej części pracy oparte będą na drugim momencie cząstkowym. Opisowi będą podlegać zatem dolnostronne współczynniki beta. Ryzyko w aspekcie semi miar oparte jest na dolnych momentach cząstkowych¹. W teorii wyróżniono wiele odmian dolnostronnych współczynników beta, różnicując je względem formuły i punktu odniesienia. Relacje między systematycznymi miarami ryzyka będą rozpatrywane na przykładzie dwóch miar dolnostronnych opisanych w literaturze. Pierwszym z nich jest dolnostronny współczynnik beta zdefiniowany przez Hogana i Warrena (1974) oraz Bawę i Lindenbergę (1977) następującą formułą:

$$\beta_i^{HW} = \beta_i^{BL} = \frac{E[(R_{it} - R_{ft}) \min(R_{Mt} - R_{ft}; 0)]}{E[\min(R_{Mt} - R_{ft}; 0)]^2}, \quad (1)$$

gdzie R_{it} , R_{Mt} , R_{ft} jest odpowiednio stopą zwrotu i -tego waloru, portfela rynkowego i stopą wolną od ryzyka. Licznik formuły (1) jest ko-semiwariancją stóp zwrotu, czyli kowa-

¹ Formalnie dolnostronne współczynniki beta są wyznaczane następująco (Price i in., 1982): $\beta_i^D = \beta_i^{Dm} = \frac{CLPM_i^2}{LPM_i^2}$ gdzie $CLPM_i^2$ – asymetryczny mieszany drugi dolny moment cząstkowy dla i -tego waloru wyrażony w postaci: $CLPM_i^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_i - \tau) lpm_i^t$; a $LPM_i^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T lpm_i^t$ – dolny moment cząstkowy dla i -tego waloru, gdzie $lpm_i = \begin{cases} 0 & \text{for } R_i \geq \tau \\ R_i - \tau & \text{for } R_i < \tau \end{cases}$; $lpm_M = \begin{cases} 0 & \text{for } R_M \geq \tau \\ R_M - \tau & \text{for } R_M < \tau \end{cases}$; R_i , R_M – stopa zwrotu odpowiednio i -tego waloru i portfela rynkowego; T – długość szeregu czasowego; τ – progowa stopa zwrotu.

riancją ujemnych nadwyżek portfela rynkowego nad stopę wolną od ryzyka oraz nadwyżek rynkowych i -tego waloru.

W innym podejściu uczestnicy rynku traktują ryzyko dolnostronne jako odchylenia od progę, którym jest średnia portfela rynkowego, w odróżnieniu od stopy wolnej od ryzyka. Zgodnie z takim podejściem dolnostronny współczynnik beta można sformułować w postaci (Harlow, Rao, 1989):

$$\beta_i^{HR} = \frac{E[(R_{it} - \bar{R}_i) \min(R_{Mt} - \bar{R}_M; 0)]}{E[\min(R_{Mt} - \bar{R}_M; 0)]^2}, \quad (2)$$

gdzie \bar{R}_i, \bar{R}_M są odpowiednio średnimi stopami zwrotu i -tego waloru i portfela rynkowego (indeksu rynku)². Zasadniczą kwestią w ocenie ryzyka dolnostronnego jest przyjęcie progowej stopy zwrotu τ (*threshold*). Różnica między tą stopą a stopą wolną od ryzyka może mieć istotny wpływ na związek między wartością ryzyka danego waloru w podejściu klasycznym i dolnostronnym (Galagedera, 2009).

2. Relacje między współczynnikami beta w procesie średnia-wariancja

W kontekście średnia-wariancja proces generujący dane zgodnie z modelem CAPM może być zapisany (Galagedera, 2007):

$$R_{it} - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_{Mt} - R_f) + \xi_{it} \quad (3)$$

gdzie ξ_{it} – proces białego szumu dla i -tego równania. W prosty sposób można wykazać, że współczynnik kierunkowy równania (3) jest równy współczynnikowi beta zgodnie z modelem CAPM, czyli:

$$\beta_i = \beta_i^{CAPM} = \frac{E[(R_{it} - E(R_i))(R_{Mt} - E(R_M))]}{E[R_{Mt} - E(R_M)]^2}. \quad (4)$$

Związki między klasycznymi a dolnostronnymi miarami ryzyka w procesie średnia-wariancja możemy przedstawić, zastępując w relacji (3) $R_{Mt} - R_f$ jako $[\min(R_{Mt} - R_f, 0) + \max(R_{Mt} - R_f, 0)]$, czyli:

$$R_{it} - R_f = \alpha_i + \beta_i[\min(R_{Mt} - R_f, 0) + \max(R_{Mt} - R_f, 0)] + \xi_{it} \quad (5)$$

Mnożąc równanie (5) przez $\min(R_{Mt} - R_f, 0)$ i obejmując wartością oczekiwaną, otrzymamy:

$$E[(R_{it} - R_f) \min(R_{Mt} - R_f, 0)] = \alpha_i E[\min(R_{Mt} - R_f, 0)] + \beta_i E[\min(R_{Mt} - R_f, 0)]^2. \quad (6)$$

Powyższe równanie możemy zapisać następująco:

$$\beta_i^{BL} = \alpha_i \frac{E[\min(R_{Mt} - R_f, 0)]}{E[\min(R_{Mt} - R_f, 0)]^2} + \beta_i \quad (7)$$

lub

$$\beta_i^{BL} = \alpha_i K_1(R_M) + \beta_i^{CAPM}, \quad (8)$$

² Inną, często stosowaną miarą jest dolnostronny współczynnik beta $\beta_i^* = \frac{E[\min(R_{it} - \bar{R}_i; 0) \min(R_{Mt} - \bar{R}_M; 0)]}{E[\min(R_{Mt} - \bar{R}_M; 0)]^2}$ według formuły Estrady (Estrada, 2002).

gdzie $K_1(R_M) = E[\min(R_{Mt} - R_f, 0)]/E[\min(R_{Mt} - R_f, 0)]^2$. Wyrażenie K_1 jest zawsze ujemne i jest funkcją stopy zwrotu rynku. Łatwo zauważyć, że gdy stopa zwrotu niezależna od rynku (α_i jest równa 0 (warunek zgodny z założeniami modelu CAPM), wówczas dolnostronny współczynnik beta β_i^{BL} jest równy klasycznemu współczynnikowi beta. W przeciwnym wypadku beta z modelu CAPM niedoszacowuje (przeszacowuje) betę β_i^{BL} , gdy $\alpha_i < 0$ ($\alpha_i > 0$).

Postępując podobnie, można wykazać, że (Galagedera, 2007):

$$\beta_i^{HR} = \beta_i = \beta_i^{CAPM}, \quad (9)$$

czyli kiedy przyjmiemy klasyczny proces generujący dane, dolnostronny współczynnik beta wyrażony formułą Harlowa i Rao jest tożsamy ze współczynnikiem beta modelu CAPM.

3. Relacje między współczynnikami beta w procesie średnia-semiwariancja

W kontekście średnia-semiwariancja proces generujący dane przyjmie postać (Galagedera, 2007):

$$R_{it} - R_f = \alpha_i^d + \beta_i^d \min(R_{Mt} - R_f, 0) + \xi_{it}. \quad (10)$$

Relacje między klasycznymi i dolnostronnym współczynnikami beta, biorąc pod uwagę powyższy proces generujący dane, można wykazać w następujący sposób. Odejmując stronami wartość oczekiwaną równania (10) od równania (10), mamy:

$$R_{it} - E(R_i) = \beta_i^d (\min(R_{Mt} - R_f, 0) - E[\min(R_{Mt} - R_f, 0)]) + \xi_{it}.$$

Zastępując $\min(R_{Mt} - R_f, 0)$ jako $(R_{Mt} - R_f) - \max(R_{Mt} - R_f, 0)$ i wykonując pewne modyfikacje, otrzymujemy:

$$R_{it} - E(R_i) = \beta_i^d \min(R_{Mt} - R_f, 0) + \beta_i^d (R_{Mt} - E(R_M)) - \beta_i^d (R_{Mt} - R_f) + \beta_i^d E[\max(R_{Mt} - R_f, 0)] + \xi_{it}. \quad (11)$$

Mnożąc równanie (11) przez $(R_{Mt} - E(R_M))$ oraz obejmując je wartością oczekiwaną, a następnie dzieląc przez $E(R_{Mt} - E(R_M))^2$, otrzymujemy:

$$\frac{E[(R_{it} - E(R_i))(R_{Mt} - E(R_M))]}{E(R_{Mt} - E(R_M))^2} = \beta_i^d - \beta_i^d \frac{E[(R_{Mt} - E(R_M))\max(R_{Mt} - R_f, 0)]}{E(R_{Mt} - E(R_M))^2}. \quad (12)$$

Na podstawie powyższego zachodzi:

$$\beta_i = \beta_i^d \left(1 - \frac{E[(R_{Mt} - E(R_M))\max(R_{Mt} - R_f, 0)]}{E(R_{Mt} - E(R_M))^2} \right) = K_2(R_M) \beta_i^d, \quad (13)$$

gdzie $K_2(R_M) = \left(1 - \frac{E[(R_{Mt} - E(R_M))\max(R_{Mt} - R_f, 0)]}{E(R_{Mt} - E(R_M))^2} \right)$ i jest funkcją stóp zwrotu portfela rynkowego. Jeżeli procesem generującym stopy zwrotu jest proces (10), to relacja między dolnostronnym współczynnikiem beta według formuły Bawy i Lindemberga a klasycznym współczynnikiem beta określona jest następująco:

$$\beta_i^{BL} = \alpha_i^d \frac{E[\min(R_{Mt} - R_f, 0)]}{E[\min(R_{Mt} - R_f, 0)]^2} + \beta_i^d = \alpha_i^d K_1(R_M) + \frac{1}{K_2(R_M)} \beta_i. \quad (14)$$

W przypadku wyrażenia zależności między dolnostronnym współczynnikiem beta według formuły Harlowa i Rao a klasycznym współczynnikiem beta relację (11) należy pomnożyć przez $\min(R_{Mt} - E(R_M), 0)/E[\min(R_{Mt} - E(R_M), 0)]^2$ i objąć wartością oczekiwaną, uzyskamy wówczas (Galagedera, 2007):

$$\frac{E[(R_{it} - E(R_i))\min(R_{Mt} - E(R_M), 0)]}{E[\min(R_{Mt} - E(R_M), 0)]^2} = \beta_i^{HR} = \beta_i^D \left(1 - \frac{E[\min(R_{Mt} - E(R_M), 0)\max(R_{Mt} - R_f, 0)]}{E[\min(R_{Mt} - E(R_M), 0)]^2} + \frac{E[\min(R_{Mt} - E(R_M), 0)]E[\max(R_{Mt} - R_f, 0)]}{E[\min(R_{Mt} - E(R_M), 0)]^2} \right) = \frac{K_3(R_M)}{K_2(R_M)} \beta_i, \quad (15)$$

gdzie $K_3(R_M) = \left(1 - \frac{E[\min(R_{Mt} - E(R_M), 0)\max(R_{Mt} - R_f, 0)]}{E[\min(R_{Mt} - E(R_M), 0)]^2} + \frac{E[\min(R_{Mt} - E(R_M), 0)]E[\max(R_{Mt} - R_f, 0)]}{E[\min(R_{Mt} - E(R_M), 0)]^2} \right)$

i tak jak w przypadku $K_2(R_M)$ jest funkcją stóp zwrotu portfela rynkowego.

Istotne z punktu widzenia przyjęcia założenia o słuszności danego procesu generującego dane jest to, w jaki sposób oszacowania tych procesów przybliżają betę z modelu CAPM. Wykazano, że różnice między tymi oszacowaniami będą zależę od wyrażen $K_1(R_M)$, $K_2(R_M)$ i $K_3(R_M)$, które natomiast są funkcjami stóp zwrotu portfela rynkowego, czyli pośrednio podstawowych charakterystyk rozkładu portfela rynku. Zależności te będą przedmiotem badań empirycznych, których wyniki zostaną przedstawione w kolejnych częściach tej pracy.

4. Dane

Zbiór danych dla empirycznych analiz relacji między klasycznymi i dolnostronnym współczynnikiem beta stanowiły szeregi czasowe miesięcznych, logarytmicznych stóp zwrotu wszystkich 11 subindeksów sektorowych notowanych na GPW w Warszawie³, należących do makrosektora przemysłowego, finansowego i usług. Badaniem objęto następujące subindeksy, w których skład wchodziła następująca liczba spółek: WIG-banki (15 spółek), WIG-budownictwo (29 spółek), WIG-chemia (8 spółek), WIG-deweloperzy (29 spółek), WIG-energia (9 spółek), WIG-informatyka (27 spółek), WIG-media (13 spółek), WIG-paliwa (6 spółek), WIG-spożywczy (26 spółek), WIG-surowce (3 spółki) i WIG-telekomunikacja (5 spółek). Subindeksy sektorowe opierają się na metodologii indeksu WIG i uwzględniają dochody z tytułu dywidend i praw poboru. Próba badawcza obejmowała lata 2009–2015, co stanowiło 84 obserwacje. Wyjątek stanowią subindeksy WIG-energetyka (71 obserwacji) i WIG-surowce (58 obserwacji), które są notowane krócej niż okres obejmujący próbę. Początek okresu badawczego był równocześnie początkiem kryzysu na rynkach kapitałowych, co może stanowić naturalną granicę próby badawczej. Jako aproksymantę portfela rynkowego użyto indeksu WIG, a aproksymantą stopy wolnej od ryzyka była stopa procentowa 10-letnich obligacji skarbowych w badanym okresie.

³ Wartości zamknięcia subindeksów sektorowych pochodzą z bazy notowań GPW w Warszawie na stronie www.gpw.pl.

Wartości podstawowych charakterystyk rozkładów stóp zwrotu subindeksów sektorowych w okresie badawczym zaprezentowano w tabeli 1.

Tabela 1

Podstawowe charakterystyki rozkładów miesięcznych stóp zwrotu subindeksów sektorowych w okresie I 2009 – XII 2015

Sektor	Średnia	Min	Max	Odch. stand.	Asymetria	Kurtoza-3
Banki	0,0039	-0,3206	0,2943	0,080	-0,150	4,728
Budownictwo	-0,0047	-0,2788	0,2085	0,084	-0,228	1,355
Chemia	0,0262	-0,1928	0,3148	0,079	0,580	1,531
Deweloperzy	0,0019	-0,2388	0,2637	0,073	0,730	2,808
Energia	-0,0044	-0,1349	0,1010	0,051	-0,391	0,005
Informatyka	0,0064	-0,1347	0,1867	0,053	0,477	1,033
Media	0,0050	-0,1497	0,1818	0,057	-0,086	0,826
Paliwa	0,0102	-0,1359	0,1512	0,064	-0,174	-0,480
Spożywczy	0,0110	-0,1800	0,2832	0,068	0,845	3,276
Surowce	-0,0157	-0,2437	0,2185	0,091	-0,281	0,165
Telekomunikacja	-0,0038	-0,4213	0,1453	0,074	-2,533	11,488
WIG	0,0064	-0,1293	0,1884	0,053	0,386	1,192

Źródło: opracowanie własne.

Przedstawione wyniki pokazują, że minimalne miesięczne stopy zwrotu wahają się od -42,1% do -13,5%, a maksymalne od 10,1% do 31,5%. W przypadku czterech subindeksów średnia miesięczna stopa zwrotu w badanym okresie była ujemna. Współczynniki asymetrii rozkładów stóp zwrotu wskazywały dla większości subindeksów na lewostronną asymetrię rozkładów i wahały się od -2,53 do 0,84. Wartości ekscesu oscylowały między -0,48 a 11,48 i były dodatnie w przypadku dziesięciu rozkładów stóp subindeksów.

5. Wyniki badań

W trzeciej części tej pracy pokazano teoretycznie, że wyrażenia $K_1(R_M)$, $K_2(R_M)$ i $K_3(R_M)$, wskazujące na różnice między klasycznymi i dolnostronnymi współczynnikami beta, są funkcjami stóp zwrotu portfela rynkowego. Wyrażenia te zostały wyznaczone dla wszystkich subindeksów oraz dla indeksu WIG i przedstawione w tabeli 2.

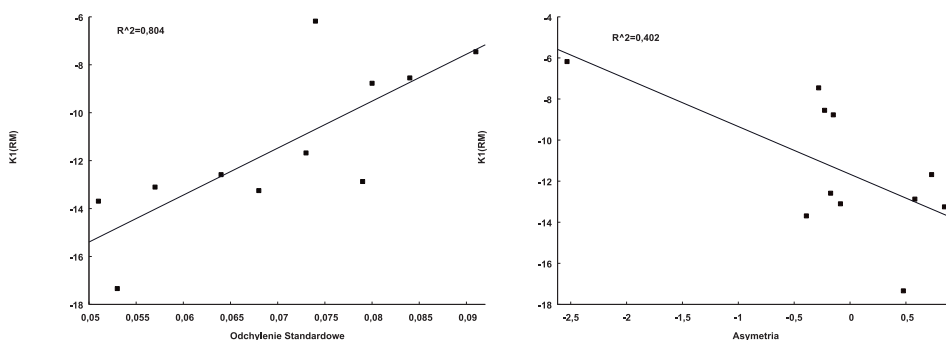
Tabela 2

Oszacowania wyrażeń $K_1(R_M)$, $K_2(R_M)$, $K_3(R_M)$ dla subindeksów sektorowych opisujących związki między klasycznymi i jednostronnym współczynnikami beta

Sektor	$K_1(R_M)$	$K_2(R_M)$	$K_3(R_M)$
Banki	-8,771	0,495	0,749
Budownictwo	-8,549	0,542	0,768
Chemia	-12,872	0,307	0,617
Deweloperzy	-11,680	0,402	0,712
Energia	-13,691	0,606	0,764
Informatyka	-17,339	0,415	0,627
Media	-13,103	0,492	0,704
Paliwa	-12,586	0,479	0,642
Spożywczy	-13,251	0,377	0,631
Surowce	-7,457	0,632	0,793
Telekomunikacja	-6,178	0,746	0,880
WIG	-16,479	0,421	0,644

Źródło: opracowanie własne.

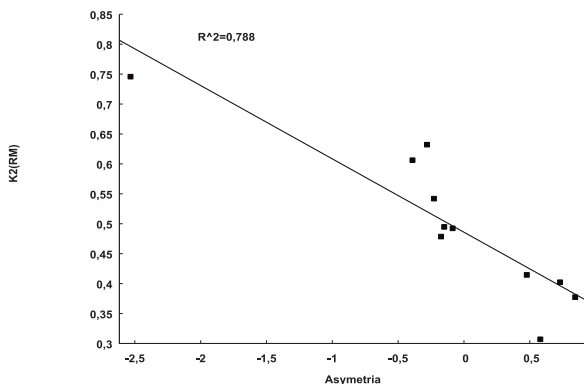
Porównując wartości $K_1(R_M)$ z wartościami odchylenia standardowego danego subindeksu, można zauważyć dodatni związek między tymi miarami. Subindeksy charakteryzujące się wysokimi odchyleniami standardowymi cechują się przeciętnie wysokimi wartościami $K_1(R_M)$ i odwrotnie. Korelacja tego związku jest statystycznie istotna na poziomie 0,01 i wynosi $r = 0,776$. Znaczenie w kształtowaniu się wyrażenia $K_1(R_M)$ ma również skośność, dla której korelacja jest istotna na poziomie 0,05 i wynosi $r = -0,648$. Relacja między $K_1(R_M)$ a skośnością jest negatywna. Na rysunku 1 zostały zaprezentowane wykresy punktowe dla powyższych korelacji wraz z dopasowaniem funkcji regresji między tymi zmiennymi.



Rysunek 1. Zależności między wyrażeniem $K_1(R_M)$ a miarami rozkładu stóp zwrotu subindeksów sektorowych

Źródło: opracowanie własne.

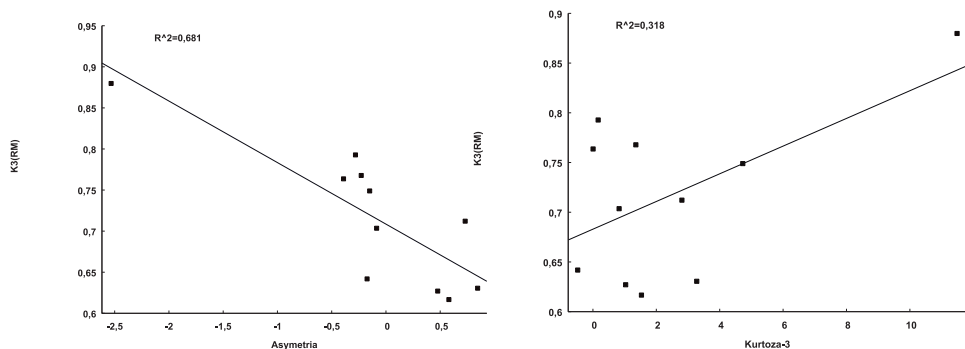
Wartości wyrażenia $K_2(R_M)$ są dodatnie i mniejsze od jedności. Wartości te wykazują silną ujemną korelację z asymetrią rozkładów stóp zwrotu subindeksów ($r = -0,888$), co pokazano na rysunku 2. Najniższe wartości wyrażenie to osiąga dla sektora chemicznego (0,307), a najwyższe dla telekomunikacyjnego (0,746). Sektory te osiągały odpowiednio jedne z najwyższych i najniższych wartości współczynnika asymetrii.



Rysunek 2. Zależność między wyrażeniem $K_2(R_M)$ a współczynnikiem asymetrii rozkładu stóp zwrotu subindeksów sektorowych

Źródło: opracowanie własne.

Ostatnim szacowanym wyrażeniem jest $K_3(R_M)$, które charakteryzuje się silną ujemną korelacją z asymetrią rozkładów stóp zwrotu subindeksów ($r = -0,825$) oraz umiarkowaną dodatnią korelacją z kurtozą tych rozkładów ($r = 0,564$). Zależności te zostały zaprezentowane w postaci korelogramów na rysunku 3.



Rysunek 3. Zależności między wyrażeniem $K_3(R_M)$ a miarami rozkładu stóp zwrotu subindeksów sektorowych

Źródło: opracowanie własne.

Podsumowując, związki między klasycznym beta a dolnostronnym beta, wyrażone funkcjami $K_1(R_M)$, $K_2(R_M)$ i $K_3(R_M)$, zależą od statystyk rozkładu stóp zwrotu danego subindeksu takich jak odchylenie standardowe, współczynnik asymetrii i współczynnik kurtozy. Wybór poszczególnej miary ryzyka zależy zatem od statystycznych miar rozkładu stóp zwrotu badanego rynku.

W dalszej części badań oszacowano parametry dla procesów generujących dane w klasycznym i dolnostronnym kontekście zysk–ryzyko. Wyniki estymacji modeli (3) i (10) zaprezentowano w tabelach 3–4. Wartości klasycznych i dolnostronnych parametrów beta były dodatnie i statystycznie istotne na poziomie 0,01. Oceny parametrów dolnostronnych były przeciętnie wyższe od parametrów klasycznych. Wyraz wolny α_i w procesie średnia-wariancja był statystycznie istotny tylko w przypadku sektora chemicznego (istotność na poziomie 0,01) i sektora surowców (istotność na poziomie 0,1). Odmienne kształtowało się to dla oszacowań w procesie średnia-semiwariancja, gdzie wszystkie parametry były istotne statystycznie z wyjątkiem parametru dla sektora telekomunikacja. Przeciętnie dopasowanie modelu klasycznego ($R^2 = 0,486$) było znacznie wyższe od dopasowania modelu dolnostronnego ($R^2 = 0,326$).

Tabela 3

Oszacowania procesu $R_{it} - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_{Mt} - R_f) + \xi_{it}$ dla subindeksów sektorowych w okresie I 2009 – XII 2015

Sektor	$\hat{\alpha}_i$	Statystyka t	$\hat{\beta}_i$	Statystyka t	R^2
Banki	-0,004	-1,03	1,353	18,57 ^a	0,807
Budownictwo	-0,011	-1,51	0,976	7,14 ^a	0,383
Chemia	0,020	2,93 ^a	0,884	6,77 ^a	0,358
Deweloperzy	-0,004	-0,88	1,049	10,60 ^a	0,578
Energia	-0,006	-1,53	0,836	8,70 ^a	0,523
Informatyka	0,001	0,33	0,694	8,93 ^a	0,492
Media	-0,001	-0,07	0,764	9,13 ^a	0,504
Paliwa	0,004	0,92	0,888	9,99 ^a	0,549
Spożywczy	0,006	0,95	0,704	5,99 ^a	0,304
Surowce	-0,014	-1,73 ^c	1,544	8,25 ^a	0,548
Telekomunikacja	-0,008	-1,01	0,455	3,12 ^a	0,106
Średnia	-0,002	-0,42	0,922	8,83	0,468

Uwagi: R_{it} – stopa zwrotu i -tego subindeksu, R_{Mt} – stopa zwrotu indeksu WIG. Indeksy górne a, b, c oznaczają istotność na poziomie równym odpowiednio: 1%, 5%, 10%.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 4

Oszacowania procesu $R_{it} - R_f = \alpha_i^d + \beta_i^d \min(R_{Mt} - R_f, 0) + \xi_{it}$ dla subindeksów sektorowych w okresie I 2009 – XII 2015

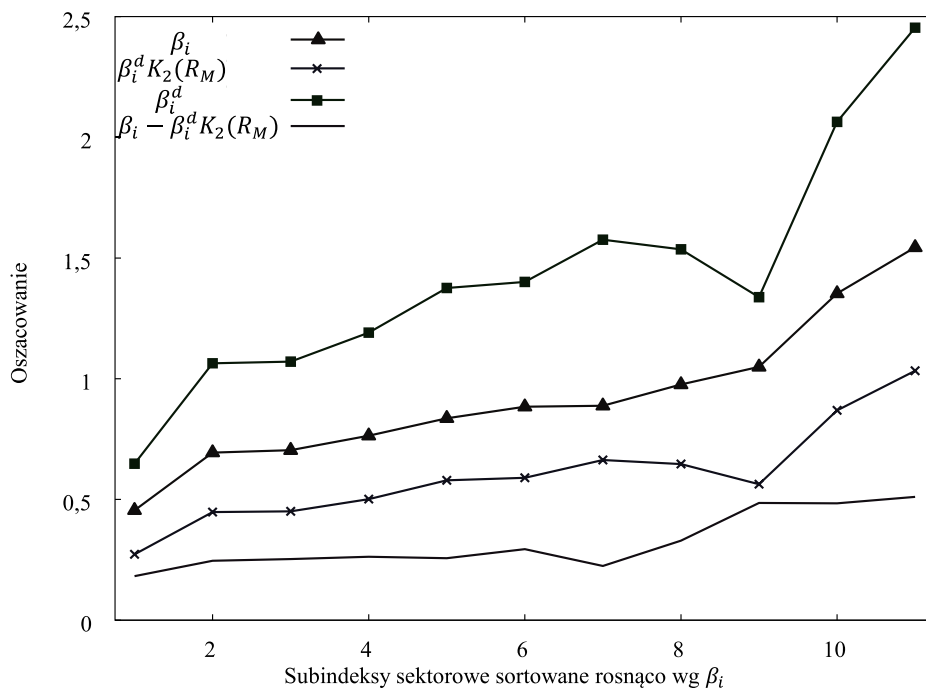
Sektor	$\hat{\alpha}_i^d$	Statystyka t	$\hat{\beta}_i^d$	Statystyka t	R^2
Banki	0,039	5,38 ^a	2,064	9,39 ^a	0,518
Budownictwo	0,021	2,23 ^b	1,536	5,39 ^a	0,261
Chemia	0,049	5,55 ^a	1,401	5,21 ^a	0,249
Deweloperzy	0,024	2,91 ^a	1,338	5,36 ^a	0,260
Energia	0,018	3,23 ^a	1,376	7,33 ^a	0,437
Informatyka	0,023	4,15 ^a	1,064	6,20 ^a	0,319
Media	0,024	4,01 ^a	1,191	6,46 ^a	0,337
Paliwa	0,037	6,07 ^a	1,576	8,66 ^a	0,476
Spożywczy	0,028	3,55 ^a	1,071	4,44 ^a	0,193
Surowce	0,029	2,66 ^b	2,454	7,14 ^a	0,476
Telekomunikacja	0,006	0,63	0,648	2,28 ^b	0,059
Średnia	0,027	3,67	1,429	6,17	0,326

Uwagi: R_{it} – stopa zwrotu i -tego subindeksu, R_{Mt} – stopa zwrotu indeksu WIG. Indeksy górne a, b, c oznaczają istotność na poziomie równym odpowiednio: 1%, 5%, 10%.

Źródło: opracowanie własne.

W kontekście oszacowań przedstawionych w tabelach 3–4 należy stwierdzić, że oceny estymatora $\hat{\beta}_i$ precyzyjnie przybliżają klasyczny współczynnik beta (β_i), dolnostronny współczynnik beta według formuły Harlowa i Rao (β_i^{HR}) i z nieznacznie mniejszą precyzją współczynnik dolnostronny według formuły Bawy i Lindberga (β_i^{BL}). Wszystkie trzy miary będą podobne co do wartości. Jeżeli natomiast stopy zwrotu generowane są w procesie średnia-semiwariancja, to oceny estymatora $\hat{\beta}_i^d$ przeszacowują klasyczną betę o $1/K_2(R_M)$, a dolnostronny współczynnik β_i^{HR} o $1/K_3(R_M)$. W przypadku istotnych statystycznie ocen parametru α_i^d również współczynnik β_i^{BL} jest przeszacowywany o wyrażenie $\alpha_i^d K_1(R_M)$. Wartości współczynników β_i^{BL} i β_i^{HR} powinny być zatem oceniane estymatorem współczynnika nachylenia z procesu średnia-wariancja niż procesu średnia-semiwariancja. Przybliżanie klasycznych współczynników beta przez estymatory obu procesów zostały zilustrowane na rysunku 4.

Dla sektorów z niskimi wartościami klasycznych współczynników beta (β_i) (w tym badaniu poniżej 0,9) współczynniki te są relatywnie dobrze przybliżane poprzez oszacowania w procesie generującym dane średnia-semiwariancja. Istotne różnice pojawiają się dla oszacowań między dwoma procesami dla subindeksów o wysokich wartościach współczynników beta (linia ciągła na rys. 2). Im wyższe wartości klasycznych współczynników beta, tym większe niedoszacowanie. Współczynniki te są zatem znacznie niedoszacowane przy wyznaczeniu za pomocą relacji (13).



Rysunek 4. Oszacowanie klasycznych współczynników beta za pomocą procesów generujących dane w aspekcie średnia-wariancja i średnia-semiwariancja

Źródło: opracowanie własne.

Uwagi końcowe

W niniejszej pracy zaprezentowano teoretyczne zależności między klasycznym współczynnikiem beta a dwoma różnymi postaciami dolnostronnych współczynników beta w kontekście klasycznego i dolnostronnego procesu generującego dane. Jeżeli przyjmiemy, że procesem generującym dane jest model średnia-wariancja, to jego współczynnik kierunkowy właściwie estymuje klasyczny współczynnik beta i dolnostronny współczynnik beta Harlowa i Rao oraz przeszacowuje dolnostronny współczynnik beta Bawy i Lindberga, w przypadku istotności wyrazu wolnego tego procesu. Konsekwencją tego mogą być nieznaczne rozbieżności w wynikach testów modeli wyceny aktywów kapitałowych, opartych na miarach klasycznych i dolnostronnych. W strukturze średnia-semiwariancja współczynnik kierunkowy przeszacowuje klasyczny współczynnik beta oraz dolnostronny współczynnik Harlowa i Rao.

Wyniki badań empirycznych, wykorzystujących miesięczne stopy subindeksów sektorowych GPW w Warszawie, wskazują, że relacje klasycznych i dolnostronnych systematycznych miar ryzyka zależą od podstawowych parametrów rozkładu stóp zwrotu indeksu będącego aproksymantą portfela rynkowego. Wykazano istotne statystycznie korelacje między odchyleniem standardowym, asymetrią i kurtozą portfela rynkowego a miarami wyrażającymi zależność badanych współczynników beta. Korelacje te, w szczególności dla asymetrii, były ujemne i silniejsze w przypadku procesu generującego dane średnia-semiwariancja. Dla subindeksów o niskiej asymetrii najważniejszą miarą ryzyka jest współczynnik dolnostronny Bawy i Lindenerga, natomiast dla subindeksów z wysokimi wartościami kurtozy najlepszą miarą ryzyka systematycznego będzie współczynnik dolnostronny Harlowa i Rao. Wyniki pokazały ponadto, że współczynniki nachylenia procesu generującego dane średnia-wariancja są lepszymi estymatorami prawdziwych współczynników beta niż współczynniki nachylenia procesu średnia-semiwariancja.

Badania wskazują również, że w przypadku niespełnienia założenia o normalności stóp zwrotu, będącego jednym z postulatów klasycznego modelu CAPM, należy w wycenie instrumentów finansowych brać pod uwagę dolnostronne miary ryzyka systematycznego.

Literatura

- Alles, L., Murray, L. (2013). Rewards for downside risk in Asian markets. *Journal of Banking & Finance*, 37, 2501–2509.
- Artavanis, N., Diacogiannis, G., Mylonakis, J. (2010). The D-CAPM: The Case of Britain and France. *International Journal of Economics and Finance*, 3, August, 25–38.
- Bawa, V.S., Lindenberg, E.B. (1977). Capital Market Equilibrium in a Mean-Lower Partial Moment Framework. *Journal of Financial Economics*, 5, 189–200.
- Estrada, J. (2002). Systematic risk in emerging markets: the D-CAPM. *Emerging Markets Review*, 3, 365–379.
- Galagedera Don, U.A. (2007). An Alternative Perspective on the Relationship between Downside Beta and CAPM Beta. *Emerging Markets Review*, 8 (1), 4–19.
- Galagedera Don, U.A. (2009). An Analytical Framework for Explaining Relative Performance of CAPM Beta and Downside Beta. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 12 (3), 341–358.
- Harlow, W.V., Rao, R.K.S. (1989). Asset pricing in a generalized mean-lower partial moment framework: theory and evidence. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 24 (3), 285–311.
- Hogan, W., Warren, J. (1974). Toward the development of an equilibrium capital-market model based on semivariance. *Journal of Financial Quantitative Analysis*, 9, 1–11.
- Markowski, L. (2013). Empirical tests of the CAPM and D-CAPM models at the Warsaw Stock Exchange. W: A.S. Barczak, P. Tworek (red.), *Zastosowanie metod ilościowych w zarządzaniu ryzykiem w działalności inwestycyjnej* (s. 57–70). Katowice: Polskie Towarzystwo Ekonomiczne Oddział Katowice, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach.
- Nantell, T.J., Price, B. (1979). An analytical comparison of variance and semivariance capital market theories. *Journal of Financial Quantitative Analysis*, 14, 221–242.
- Pedersen, C., Hwang, S., (2007). Does downside beta matter in asset pricing? *Applied Financial Economics*, 17, 961–978.
- Price, K., Price, B., Nantell, T.J. (1982). Variance and lower partial moment measures of systematic risk: some analytical and empirical results. *The Journal of Finance*, 37 (3), 843–855.

THE RELATIONSHIPS BETWEEN SYSTEMATIC MEASURES OF RISK OF CAPITAL INVESTMENTS IN THE CLASSICAL AND DOWNSIDE FRAMEWORK

Abstract: Purpose – The aim of this study was to present the relationship between classical and downside beta coefficients in the context of data generating process.

Design/Methodology/approach – The theoretical analysis were the basis for determining the relationship between the beta coefficients in the classical and downside framework. Empirical studies based on regression analysis and correlation of the time series of monthly returns sectoral indices quoted Warsaw Stock Exchange.

Findings – Our results suggest that the relationships between classical and downside systematic risk measures depend on the basic parameters of the distribution of returns of market portfolio approximation. There are statistically significant correlations between the standard deviation, asymmetry and kurtosis of market portfolio and measures expressing the relation of beta coefficients.

Originality/Value – The arguments may be an indication of choosing a systematic risk measures and evaluation of the real beta coefficients. This choice is determined by the data generating process, which may contribute to discrepancies between results of CAPM tests.

Keywords: CAPM beta, downside beta, data generating process

Cytowanie

Markowski, L. (2017). Relacje między systematycznymi miarami ryzyka inwestycji kapitałowych w podejściu klasycznym i dolnostronnym. *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, 2 (86), 83–95. DOI: 10.18276/frfu.2017.86-07.

