

Dopasowanie rozkładów teoretycznych do empirycznych rozkładów stóp zwrotu wybranych indeksów giełdowych i spółek

Jan Purczyński*

Streszczenie: Cel – Celem publikacji jest zbadanie metody aproksymacji empirycznych rozkładów stóp zwrotu z akcji za pomocą rozkładu Gaussa i Laplace’a oraz propozycji modyfikacji ocen parametrów położenia i skali wyznaczonych w tym celu za pomocą metody największej wiarygodności (MNW).

Metoda badania – W publikacji wykonano aproksymację empirycznych rozkładów stóp zwrotu wybranych indeksów i spółek na GPW w Warszawie z wykorzystaniem rozkładu Gaussa i rozkładu Laplace’a. Wychodząc z parametrów rozkładu wyznaczonych MNW, zmieniano wartość oszacowania parametru skali oraz parametru położenia. Jako kryterium przyjęto minimalną wartość statystyki testów zgodności rozkładu: chi-kwadrat, Kołmogorowa oraz Kołmogorowa-Lillieforsa.

Wynik – Uzyskano lepsze dopasowanie rozkładów teoretycznych do danych empirycznych, niż w przypadku oszacowań parametrów wyznaczonych MNW.

Oryginalność/Wartość – Proponowana metoda zwiększa liczbę przypadków pozytywnego wyniku testu χ^2 przy modelowaniu rozkładem normalnym empirycznych rozkładów stóp zwrotu indeksów giełdowych i spółek.

Słowa kluczowe: modelowanie empirycznych rozkładów stóp zwrotu, minimalizacja wartości statystyki testu zgodności rozkładu

Wprowadzenie

W publikacji zostanie rozpatrzona aproksymacja empirycznych rozkładów stóp zwrotu z wykorzystaniem rozkładu Gaussa i rozkładu Laplace’a. Pomimo że znanych jest wiele innych rozkładów teoretycznych zapewniających lepszą aproksymację, zdecydowano się na wymienione rozkłady ze względu na prostotę obliczeń oraz łatwość interpretacji wyników.

W przypadku rozkładu normalnego opisanego gęstością:

$$f_n(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

metoda największej wiarygodności (MNW) prowadzi do oszacowań parametrów rozkładu (Fisz, 1969, s. 460):

* prof. dr hab. inż. Jan Purczyński, Uniwersytet Szczeciński, Wydział Zarządzania i Ekonomiki Usług, e-mail: jan.purczynski@wzieu.pl

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad ; \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (2)$$

gdzie:

μ – parametr położenia;

σ – parametr skali (odchylenie standardowe);

N – liczba elementów próbki.

Dla rozkładu Laplace'a $fL(x, \mu, \lambda) = \frac{\lambda}{2} \exp(-\lambda|x - \mu|)$ (3) oszacowania parametrów wyznaczone MNW wyrażają się wzorami (Kotz, Kozubowski, Podgórski, 2001, s. 69):

$$\hat{\mu} = \text{mediana}(x_i) \quad ; \quad \hat{\lambda} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N |x_i - \hat{\mu}|} \quad (4)$$

gdzie:

λ – parametr skali;

oraz N – jak we wzorze (2).

Celem publikacji jest odpowiedź na pytanie: przy jakich wartościach parametrów położenia i skali brane pod uwagę statystyczne testy zgodności nie odrzucają hipotezy o zgodności z rozkładem hipotetycznym przy założonym poziomie istotności. Ocena dopasowania zostanie wykonana z wykorzystaniem testów zgodności: chi-kwadrat, Kołmogorowa oraz Kołmogorowa-Lillieforsa. Biorąc pod uwagę, że obszary krytyczne testów są prawostronne – odrzucenie hipotezy zerowej następuje, jeżeli wartość empiryczna statystyki testu przekroczy wartość krytyczną. Zakłada się, że parametry są wstępnie szacowane za pomocą MNW według wzorów (2) oraz (4). W pracy zostanie sprawdzona wrażliwość wyniku testu na zmianę wartości ocen parametrów.

1. Wybrane testy zgodności rozkładu

Statystyka testu zgodności rozkładu χ^2 wyraża się wzorem:

$$\text{Chi} = \sum_{j=1}^L \frac{(n_j - nt_j)^2}{nt_j} \quad (5)$$

gdzie L – liczba przedziałów klasowych.

Literatura (Krysicki, Bartos, Dyczka, Królikowska, Wasilewski, 1995, s. 111; Fisz, 1969, s. 457) zaleca stosowanie przedziałów klasowych zapewniających jednakową wartość liczebności teoretycznej, co prowadzi do większej mocy testu. W tym przypadku zachodzi: $nt_j = \frac{N}{L}$ i wzór (5) przyjmuje postać:

$$\text{Chi} = \frac{L}{N} \sum_{j=1}^L \left(n_j - \frac{N}{L} \right)^2 \quad (6)$$

Wariant ten będzie określony jako przedziały klasowe o nierównej rozpiętości. W pracy (Bednarz-Okrzyńska, 2016, s. 64) wyprowadzono wzory opisujące granice przedziałów dla rozkładu Laplace'a.

Wyniki testu χ^2 zaprezentowano w postaci relatywnej wartości statystyki:

$$H = \frac{Chi}{Hkr} \quad (7)$$

gdzie Hkr – wartość krytyczna dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ oraz $L-3$ stopni swobody.

Wartość krytyczną testu Kołmogorowa na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ wyznacza się ze wzoru (Domański, Pruska, 2000, s. 171):

$$Dkr = \frac{1,354}{\sqrt{N}} \quad \text{dla } N \geq 100 \quad (8)$$

W pracy stosowana jest relatywna wartość statystyki K :

$$K = \frac{D}{Dkr} \quad (9)$$

Test Kołmogorowa odnosi się do dystrybuanty teoretycznej $F(x)$ o znanych parametrach. Jeżeli nie znamy parametrów, od których zależy dystrybuanta teoretyczna, i szacujemy je na podstawie próby, to w takiej sytuacji wskazania testu Kołmogorowa należy traktować z rezerwą (Domański, Pruska, 2000, s. 171; Fisz, 1969, s. 463). Pomimo tego test Kołmogorowa jest powszechnie stosowany i zostanie wykorzystany w niniejszej publikacji.

Test Kołmogorowa-Lillieforsa stosuje się do weryfikacji hipotezy, że cecha X typu ciągłego ma dystrybuantę rozkładu Gaussa. Test uwzględnia fakt, że parametry dystrybuanty zostały oszacowane na podstawie próbki. Konsekwencją tego są mniejsze wartości krytyczne (Domański, Pruska, 2000, s. 313):

$$Dkr = \frac{0,886}{\sqrt{N}} \quad \text{dla } N \geq 100 ; \alpha = 0,05 \quad (10)$$

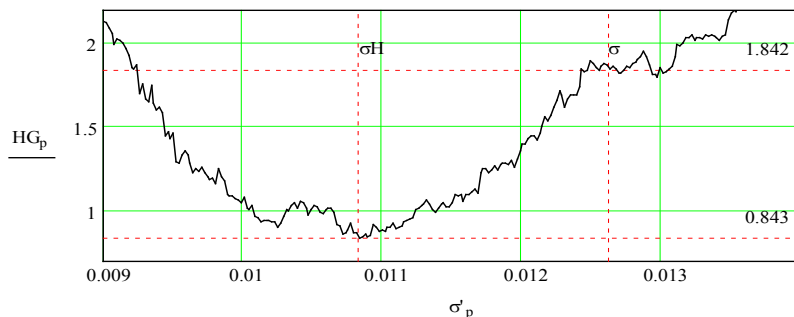
niż wynikające ze wzoru (9).

2. Wyniki obliczeń dla indeksu giełdowego WIG20

Weryfikację postawionej hipotezy wykonano dla dziennej stopy zwrotu indeksów giełdowych WIG oraz WIG20, a także wybranych spółek wchodzących w skład indeksu WIG20 za lata 2011–2013. Liczba obserwacji $N = 747$, liczba przedziałów klasowych $L = 28$. Poniżej zostaną zamieszczone rysunki odnoszące się do obliczeń wykonanych dla indeksu giełdowego WIG20. Ze wzorów (2) (MNW) wyznaczono parametry rozkładu Gaussa:

$$\hat{\mu} = \bar{x} = -0,0001007 \quad ; \quad \hat{\sigma} = 0,01263 \quad (11)$$

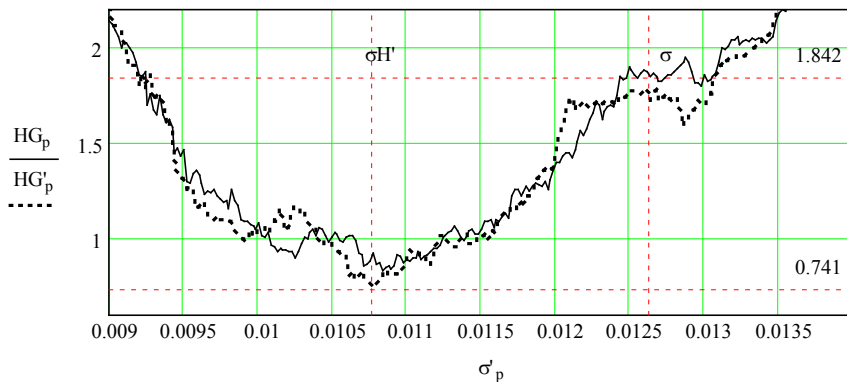
Na rysunku 1 przedstawiono wyniki testu chi-kwadrat dla przedziałów klasowych o nierównej rozpiętości zapewniających jednakowe prawdopodobieństwo w przedziale. Symbolem HG oznaczono wartości relatywnej statystyki testu chi-kwadrat dla rozkładu Gaussa.



Rysunek 1. Zależność wartości relatywnej statystyki HG testu chi-kwadrat od wartości parametru skali σ dla rozkładu Gaussa

Źródło: opracowanie własne.

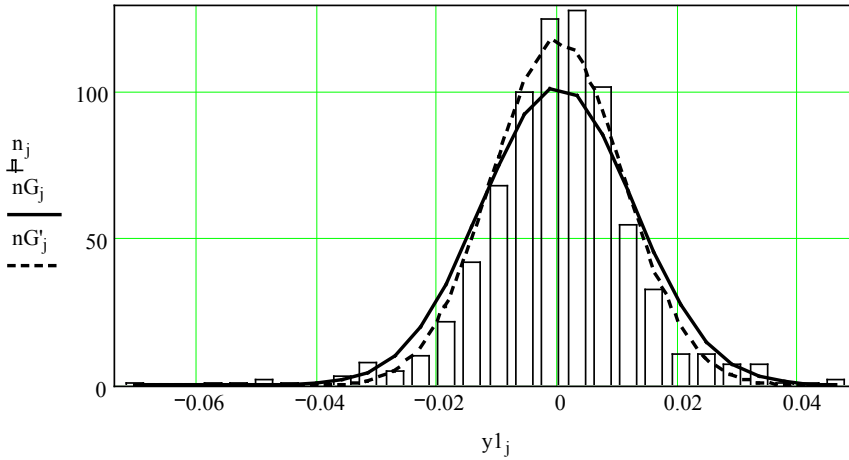
Na rysunku 1 zaznaczono $\hat{\sigma} = 0,01263$, której odpowiada wartość relatywnej statystyki $HG = 1,842$ (negatywny wynik testu). Zmieniając wartość parametru skali σ , poszukiwano minimum HG . Minimalną wartość statystyki testu $HG = 0,843$ uzyskano dla $\sigma_H = 0,01083$. Na rysunku 2 linią ciągłą powtórzono wynik z rysunku 1, natomiast linią kropkowaną zaznaczono rezultat minimalizacji ze względu na parametr skali σ oraz parametr położenia μ .



Rysunek 2. Zależność wartości relatywnej statystyki HG testu chi-kwadrat od wartości parametru skali σ dla rozkładu Gaussa. Linia ciągła HG jak na rysunku 1. Linia kropkowana HG' odpowiada minimalizacji dwuparametrowej (zmiana parametru skali σ oraz parametru położenia μ)

Źródło: opracowanie własne.

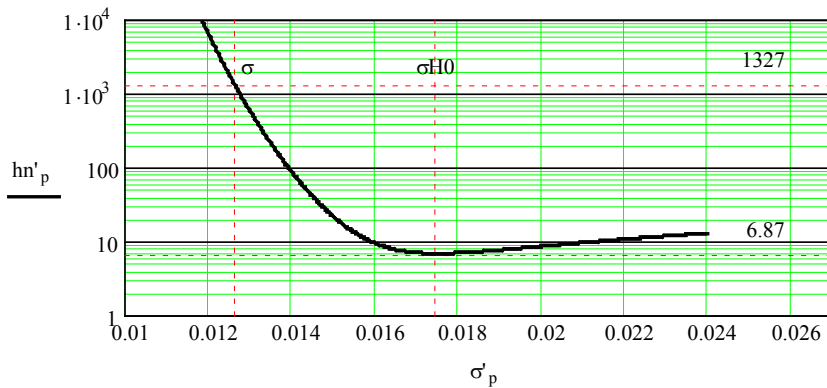
Dla oszacowań parametrów $\mu_H = 0,00001007$ oraz $\sigma_H' = 0,01077$ (12) uzyskano wartość $HG' = 0,741$, podczas gdy dla parametrów wyznaczonych MNW (zależność (11)) wartość relatywnej statystyki wyniosła $HG = 1,842$.



Rysunek 3. Porównanie aproksymacji liczebności empirycznej n_j (słupki) rozkładem normalnym. Linią ciągłą nG_j oznaczono liczebność odpowiadającą MNW, linią kropkowaną nG'_j zaznaczono liczebność dla $N(\mu H, \sigma H')$

Źródło: opracowanie własne.

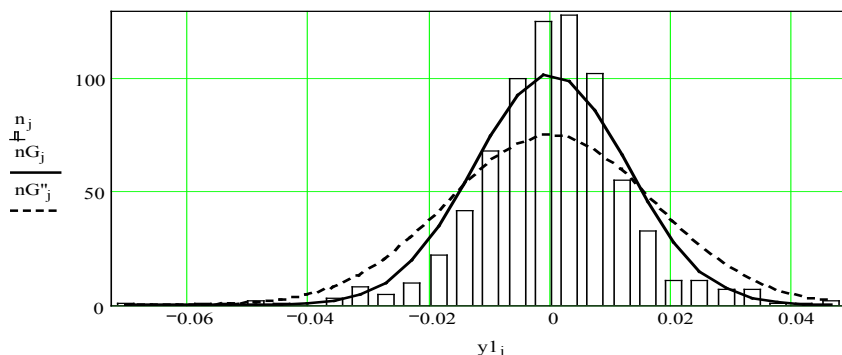
Rysunek 3 stanowi podsumowanie tego fragmentu obliczeń. Za pomocą słupków n_j przedstawiono liczebność empiryczną dla przedziałów o jednakowej długości. Linią ciągłą nG_j oznaczono liczebność teoretyczną odpowiadającą MNW oraz linią kropkowaną nG'_j zaznaczono liczebność teoretyczną dla $N(\mu H, \sigma H')$. Z rysunku 3 wynika lepsze dopasowanie krzywej teoretycznej nG'_j do danych empirycznych zarówno w pobliżu wartości przeciętnej (uwzględnia leptokurtozę), jak i na końcach przedziału.



Rysunek 4. Zależność wartości relatywnej statystyki hn' testu chi-kwadrat od wartości parametru skali σ dla rozkładu Gaussa. Wyniki odnoszą się do przedziałów klasowych ($L = 28$) o jednakowej długości

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 4 wykonano dla przedziałów klasowych ($L = 28$) o jednakowej długości. Dla oszacowania parametrów według MNW (zależność (11)) odczytano wartość relatywnej statystyki $hn' = 1327$. W wyniku minimalizacji (względem σ) uzyskano $hn' = 6,87$. Oznacza to nieprzydatność przedziałów klasowych o jednakowej długości do wyznaczania wartości statystyki testu chi-kwadrat.



Rysunek 5. Porównanie aproksymacji liczebności empirycznej n_j (słupki) rozkładem normalnym. Linia ciągłą nG_j oznaczono liczebność odpowiadającą MNW, linią kropkowaną nG'_j zaznaczono liczebność dla $N(\hat{\mu}, \sigma H0)$

Źródło: opracowanie własne.

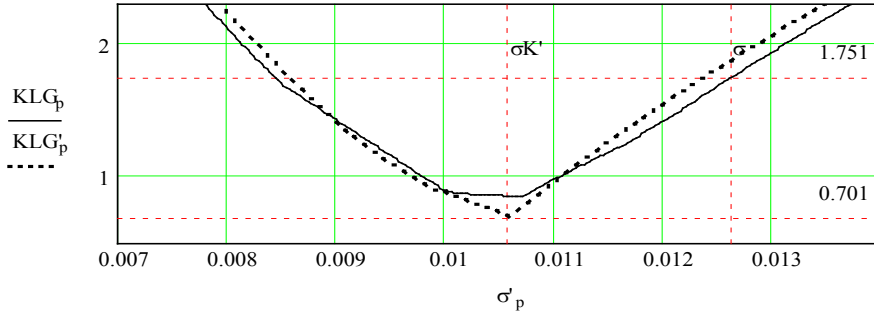
Na rysunku 5 przedstawiono efekt minimalizacji wartości statystyki wyznaczonej metodą przedziałów o jednakowej długości. Za pomocą słupków n_j przedstawiono liczebność empiryczną. Linia ciągłą nG_j oznaczono liczebność teoretyczną odpowiadającą MNW oraz linią kropkowaną nG'_j zaznaczono liczebność teoretyczną dla $N(\hat{\mu}, \sigma H0)$.

Z rysunku 5 wynika zdecydowane pogorszenie dopasowania krzywej teoretycznej nG'_j do danych empirycznych w porównaniu do krzywej nG_j (MNW).

Na rysunku 6 przedstawiono zależność wartości relatywnej statystyki testu Kołmogorowa-Lillieforsa dla rozkładu Gaussa od wartości parametru skali σ – linia ciągła KLK . Dla parametrów wyznaczonych MNW odczytuje się wartość statystyki $KLK = 1,751$. Minimalną wartość statystyki (linia ciągła) $KLK = 0,850$ odczytuje się dla wartości parametru skali $\sigma K = 0,01069$. Dalszą poprawę wyników uzyskuje się, wykonując minimalizację dwuparametrową wartości statystyki testu poprzez zmianę parametru skali σ oraz parametru położenia μ – linia kropkowana KLK' . Dla $\sigma K' = 0,01059$ relatywna statystyka testu Kołmogorowa-Lillieforsa wynosi $KLK' = 0,701$.

Podsumowując wyniki minimalizacji wartości relatywnych statystyk dla rozkładu normalnego, należy zauważyć, że minimalizacja tylko względem parametru skali prowadzi do następujących wyników $\sigma H = 0,01083$ oraz $\sigma K = 0,01069$. W wyniku minimalizacji dwuparametrowej uzyskano $\sigma H' = 0,01077$ oraz $\sigma K' = 0,01059$. Oznacza to, że obydwie metody (test χ^2 , test Kołmogorowa-Lillieforsa) prowadzą do jednakowych parametrów optymalnego

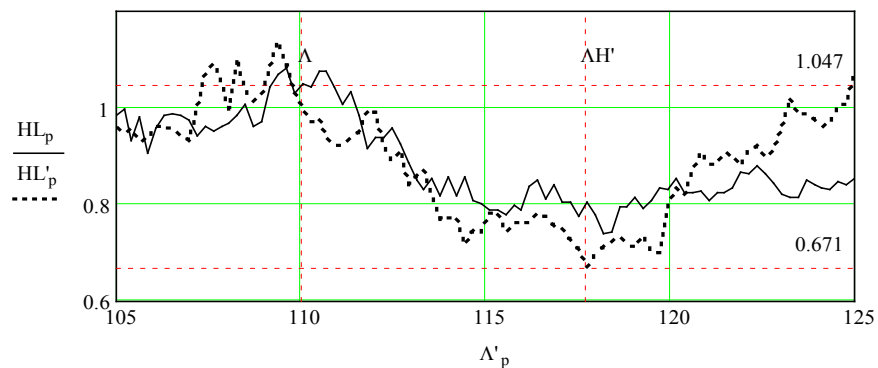
rozkładu – różnice między wartościami parametru skali nie przekraczają 1,7%.



Rysunek 6. Zależność wartości relatywnej statystyki testu Kołmogorowa-Lillieforsa od wartości parametru skali σ dla rozkładu Gaussa – linia ciągła KLG. Linia kropkowana KLG' odpowiada minimalizacji dwuparametrowej (zmiana parametru skali σ oraz parametru położenia μ)

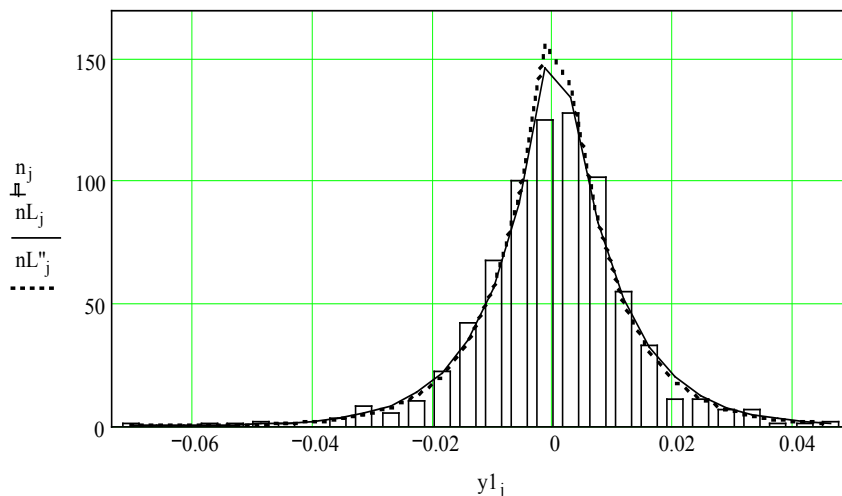
Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 7 przedstawiono wyniki testu chi-kwadrat dla przedziałów klasowych o nierównej rozpiętości w odniesieniu do rozkładu Laplace'a. Dla parametru skali $\Lambda = 110,020$ uzyskanego MNW odczytuje się wartość relatywnej statystyki testu χ^2 $HL=1,047$ (negatywny wynik testu). Minimalizacja względem parametru skali Λ (linia ciągła HL) prowadzi do wyników $\Lambda H = 118,162$ oraz $HL = 0,739$. Jeszcze mniejszą wartość statystyki zapewnia minimalizacja dwuparametrowa (linia kropkowana HL') – dla parametru skali $\Lambda H' = 117,722$ wartość statystyki wynosi $HL' = 0,671$.



Rysunek 7. Zależność wartości relatywnej statystyki HL testu chi-kwadrat od wartości parametru skali Λ dla rozkładu Laplace'a – linia ciągła HL. Linia kropkowana HL' odpowiada minimalizacji dwuparametrowej (zmiana parametru skali oraz parametru położenia)

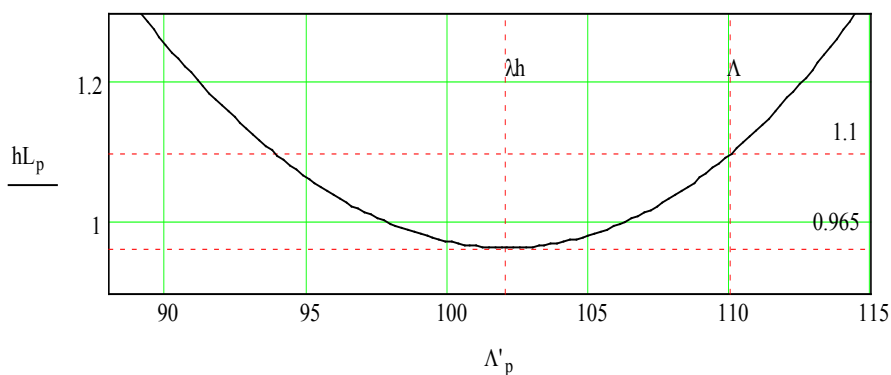
Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 8. Porównanie aproksymacji liczebności empirycznej n_j (słupki) rozkładem Laplace'a. Linią ciągłą nL_j oznaczono liczebność odpowiadającą MNW, linią kropkowaną nL''_j zaznaczono liczebność dla $\Lambda H' = 117,722$

Źródło: opracowanie własne.

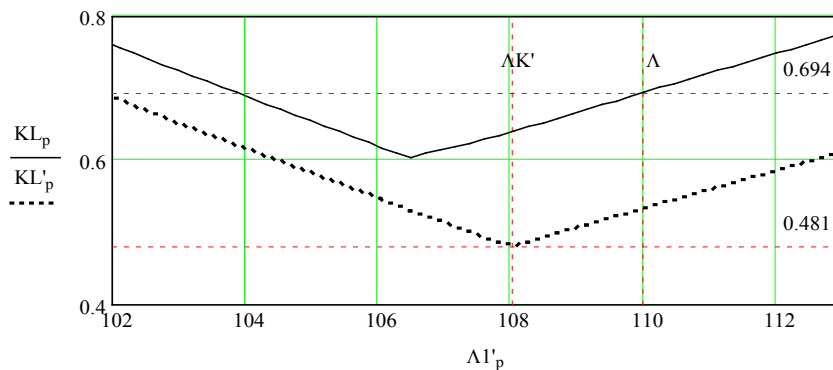
Na rysunku 8 dokonano porównanie aproksymacji liczebności empirycznej n_j (słupki) rozkładem Laplace'a: linia ciągła nL_j (MNW) oraz linia kropkowana nL''_j odpowiadająca wynikowi testu $HL = 0,671$.



Rysunek 9. Zależność wartości relatywnej statystyki hL testu chi-kwadrat od wartości parametru skali Λ dla rozkładu Laplace'a. Wyniki odnoszą się do przedziałów klasowych ($L = 28$) o jednakowej długości

Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 9 przedstawiono zależność relatywnej statystyki hL testu chi-kwadrat od wartości parametru skali Λ dla rozkładu Laplace'a. Wyniki odnoszą się do przedziałów klasowych ($L = 28$) o jednakowej długości. Tym razem nie obserwuje się tak dużych wartości relatywnej statystyki, jak na rysunku 4. Niemniej minimalna wartość statystyki $hL = 0,965$ jest większa niż wartość statystyki $HL = 0,739$ (rys. 7) uzyskanej dla przedziałów klasowych o nierównej rozpiętości. Ponadto minimalizacja względem parametru położenie nie poprawia uzyskanego wyniku.



Rysunek 10. Zależność wartości relatywnej statystyki testu Kołmogorowa od wartości parametru skali Λ dla rozkładu Laplace'a. Linia ciągła KL odpowiada minimalizacji względem parametru skali Λ . Linia kropkowana KL' odpowiada minimalizacji dwuparametrowej (zmiana parametru skali Λ oraz parametru położenia μ)

Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 10 przedstawiono wyniki minimalizacji wartości statystyki testu Kołmogorowa dla rozkładu Laplace'a: linia ciągła KL odpowiada minimalizacji względem parametru skali Λ , linię przerywaną KL' uzyskano w wyniku minimalizacji dwuparametrowej (zmiana parametru skali Λ oraz parametru położenia μ). Wartość statystyki $KL = 0,694$ odpowiadająca oszacowaniu MNW została zweryfikowana do wielkości $KL = 0,481$.

3. Wyniki obliczeń dla indeksu giełdowego WIG oraz wybranych spółek

Analogiczne obliczenia jak w podrozdziale 2 wykonano dla stóp zwrotu indeksu giełdowego WIG oraz wybranych spółek. W tabeli 1 zawarto wyniki proponowanej metody uzyskane dla indeksu WIG, WIG20 oraz czterech największych spółek indeksu WIG20: PEKAO, PKNORLEN, PKOBP, PZU.

Tabela 1

Wartości relatywnych statystyk testu zgodności dla rozkładu Gaussa i rozkładu Laplace'a

I	Metoda	Rozkład Gaussa			Rozkład Laplace'a	
		HG	KG	KLG	HL	KL
1	2	3	4	5	6	7
WIG	A	<u>2,018</u>	1,418	2,166	0,866	0,500
	B	<u>1,112</u>	0,617	0,944	0,597	0,495
	C	<u>1,092</u>	0,563	0,860	0,544	0,492
WIG20	A	1,842	1,145	1,751	1,047	0,694
	B	0,833	0,556	0,850	0,739	0,604
	C	0,741	0,495	0,701	0,671	0,481
PEKAO	A	1,555	0,991	1,514	<u>1,237</u>	0,919
	B	0,970	0,555	0,848	<u>1,135</u>	0,705
	C	0,813	0,524	0,801	<u>1,125</u>	0,693
PKNORLEN	A	1,469	1,075	1,642	<u>1,440</u>	0,747
	B	0,940	0,585	0,895	<u>1,352</u>	0,536
	C	0,924	0,561	0,858	<u>1,237</u>	0,528
PKOBP	A	1,179	0,857	1,310	<u>1,708</u>	0,717
	B	0,663	0,543	0,830	<u>1,266</u>	0,557
	C	0,661	0,431	0,659	<u>1,258</u>	0,550
PZU	A	<u>1,826</u>	1,037	1,585	1,161	0,72
	B	<u>1,024</u>	0,569	0,869	0,972	0,607
	C	<u>1,012</u>	0,546	0,839	0,972	0,529

Źródło: opracowanie własne.

W kolumnie 2 zastosowano oznaczenia następujących metod: A – wynik MNW; B – wynik minimalizacji względem parametru skali; C – wynik minimalizacji względem parametru skali i parametru położenia.

Kolejne kolumny zawierają wartości relatywnej statystyki testów zgodności: HG – test chi-kwadrat dla rozkładu Gaussa; KG – test Kołmogorowa dla rozkładu Gaussa; KLG – test Kołmogorowa-Lillieforsa dla rozkładu Gaussa; HL – test chi-kwadrat dla rozkładu Laplace'a; KL – test Kołmogorowa dla rozkładu Laplace'a.

Zwykłą czcionką zaznaczono przypadki, kiedy MNW prowadziło do pozytywnego wyniku testu – 27 przypadków na 90 ogółem. Podkreślone wyniki odnoszą się do przypad-

ków, kiedy dla wszystkich trzech metod uzyskano negatywny wynik testu (15 przypadków). Za pomocą **boldu** oznaczono przypadki, kiedy negatywny wynik testu dla MNW zamieniono na pozytywny wynik testu: $48/90 = 53,3\%$.

Uwagi końcowe

W publikacji wykonano aproksymację empirycznych rozkładów stóp zwrotu wybranych indeksów i spółek na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie z wykorzystaniem rozkładu Gaussa i rozkładu Laplace'a. Wychodząc z parametrów rozkładu wyznaczonych MNW, zmieniano wartość oszacowania parametru skali oraz parametru położenia. Jako kryterium przyjęto minimalną wartość statystyki testów zgodności rozkładu: chi-kwadrat, Kołmogorowa oraz Kołmogorowa-Lillieforsa. Należy zauważyć, że w przypadku rozkładu Gaussa zarówno test χ^2 , jak i test Kołmogorowa-Lillieforsa prowadzą do tych samych wartości optymalnych parametrów. Oznacza to, że testy te mogą być stosowane zamiennie. Ta sama uwaga dotyczy rozkładu Laplace'a, przy czym zamiennie można stosować test chi-kwadrat oraz test Kołmogorowa.

Przeprowadzone obliczenia wykazały, że przy realizacji testu χ^2 należy stosować przedziały klasowe o nierównomiernej rozpiętości zapewniające jednakowe prawdopodobieństwo dla przedziału.

Z rysunku 3 wynika, że rozkład Gaussa o parametrach wyznaczonych w procesie minimalizacji zapewnia lepsze dopasowanie do danych empirycznych niż rozkład o parametrach wyznaczonych MNW.

Podsumowując dane zawarte w tabeli 1 dotyczące rozkładu Gaussa, stwierdza się, że MNW prowadziła do negatywnego wyniku testu χ^2 dla wszystkich sześciu przypadków, tzn. dwóch indeksów i czterech spółek. W wyniku zastosowanej metody uzyskano pozytywny wynik dla jednego indeksu i trzech spółek. W przypadku rozkładu Laplace'a MNW prowadziło w pięciu przypadkach do negatywnego wyniku testu χ^2 . Zaproponowana metoda zamieniła ten wynik na trzy pozytywne i trzy negatywne. Sumując wyniki dla obydwu rozkładów, stwierdza się, że MNW prowadziło do pozytywnego wyniku testu χ^2 w 8,33% przypadkach, a zastosowana w publikacji metoda podniosła odsetek wyników pozytywnych do wartości 58,33%.

Powracając do postawionego we Wprowadzeniu celu publikacji, należy stwierdzić, że dokonując modyfikacji oszacowania parametrów uzyskanych MNW, można poprawić dopasowanie rozkładów teoretycznych do empirycznych rozkładów stóp zwrotu indeksów giełdowych i spółek.

Publikacja miała na celu zwrócenie uwagi na możliwość korekty oszacowań parametrów rozkładu normalnego i rozkładu Laplace'a w celu uzyskania mniejszych wartości statystyki testów zgodności.

Literatura

- Bednarz-Okrzyńska, K. (2016). *Wykorzystanie funkcji Laplace'a do modelowania rozkładu stóp zwrotu wybranych indeksów giełdowych i spółek*. Rozprawa doktorska. Szczecin: WZiEU US.
- Domański, Cz., Pruska, K. (2000). *Nieklasyczne metody statystyczne*. Warszawa: PWE.
- Fisz, M. (1969). *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*. Warszawa: PWN.
- Kotz, S., Kozubowski, T.J., Podgórski, K. (2001). *The Laplace Distribution and Generalizations. A Revisit with Applications to Communications, Economics, Engineering and Finance*. Boston: Birkhauser.
- Krysicki, W., Bartos, J., Dyczka, W., Królikowska, K., Wasilewski, M. (1995). *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach. Część II. Statystyka matematyczna*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.

FITTING THEORETICAL DISTRIBUTIONS TO EMPIRICAL DISTRIBUTIONS OF RETURN ON SELECTED STOCK EXCHANGE INDICES AND COMPANIES

Abstract: *Purpose* – The aim of the paper is to examine the methods of approximation of empirical distributions of stock return rates using the Gaussian and Laplace distributions, and to propose modification of the evaluation of location and scale parameters determined for that purpose by means of the Maximum Likelihood Method (MLM).

Methodology – As a part of the research, the approximation of empirical distributions of return rates on selected Warsaw Stock Exchange indices and companies was performed using the Gaussian and Laplace distributions. Starting from the distribution parameters obtained through MLM, the value of estimation of scale and location parameters was changed. As a criterion, the minimum value of goodness of fit test statistic was adopted for the following distributions: chi-square, Kolmogorov and Kolmogorov-Lilliefors.

Findings – Much better fit of theoretical distributions to empirical data was obtained compared to estimations of the parameters obtained through MLM.

Originality/Value – The proposed method increases the number of cases of a positive result of χ^2 test for modeling empirical distributions of return rates on selected stock exchange indices and companies with the normal distribution.

Keywords: modeling empirical distributions of return rates, minimizing value of goodness of fit test statistic

Cytowanie

Purczyński, J. (2017). Dopasowanie rozkładów teoretycznych do empirycznych rozkładów stóp zwrotu wybranych indeksów giełdowych i spółek. *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, 2 (86), 59–70. DOI: 10.18276/frfu.2017.86-05.